

# Latein als Brückenfach – Zur Korrelation von Latein mit allen anderen gymnasialen Fächern

## Einleitung

Latein gehört zu den Fächern, die objektiv gesehen (d.h. von der Anzahl Lektionen und dem Anteil der Schülerinnen und Schüler aus betrachtet) am meisten unter dem MAR 95 (Maturitätsanerkennungsreglement) gelitten haben. Aus verschiedenen Gründen ist das Fach nach wie vor hohem Legitimationsdruck ausgesetzt. Im Zusammenhang mit der von Wirtschaft und Gesellschaft geforderten Stärkung der Naturwissenschaften wird es oft einseitig den Sprachfächern zugeordnet, in Konkurrenz zu naturwissenschaftlichen oder technischen Fächern gesetzt und damit mit angeblich guten Gründen aus dem Fächerkanon der allgemeinbildenden Gymnasien gestrichen.

Dieser Beitrag soll zeigen, dass es sehr wohl auch gute Argumente gibt, gerade Latein als Fach im Gymnasium beizubehalten oder gar zu stärken. Dabei geht es keineswegs darum, das humboldtsche Ideal einer Schule in der Tradition des 19. Jh. wiederaufleben zu lassen oder den Niedergang des Gymnasiums zu beklagen. Für einmal sollen inhaltliche oder methodische Gründe, welche für das Latein sprechen, nicht im Vordergrund stehen, auch wenn sie an sich grosses Gewicht hätten, sondern höchstens zur Erklärung eines auf den ersten Blick überraschenden – oder vielleicht doch nicht so überraschenden – Resultats dienen. Untersucht man nämlich die Noten im Zürcher Untergymnasium, so kann man unschwer feststellen, dass von den Noten in allen Fächern die Lateinnoten am besten mit den Noten aller anderen Fächer korrelieren, dass also das Latein den allgemeinbildenden, auf einen breiten Fächerkanon abgestützten Charakter des Gymnasiums als einzelnes Fach am besten abbildet.

## Die Korrelation

Dieser Beitrag untersucht die Korrelation zwischen den Noten der einzelnen Fächer (für mathematische Einzelheiten, vgl. den Anhang). Eine Korrelation beschreibt den mathematischen Zusammenhang zwischen zwei gegebenen Datenreihen, also konkret zwischen den Noten von  $n$  Schülerinnen und Schülern im Fach  $X$  ( $x_1, \dots, x_n$ ) und den Noten der gleichen Schülerinnen und Schüler im Fach  $Y$  ( $y_1, \dots, y_n$ ). Dieser Zusammenhang wird mit dem sogenannten Korrelationskoeffizienten bestimmt (vgl. Anhang), der Werte zwischen  $-1$  und  $1$  annehmen kann.

Wenn zwischen den beiden Datenreihen  $x_1, \dots, x_n$  und  $y_1, \dots, y_n$  ein hoher Korrelationskoeffizient vorliegt, d.h. wenn der Korrelationskoeffizient sich klar von  $0$  unterscheidet, besteht ein linearer Zusammenhang zwischen den beiden Datenreihen, d.h. die eine Datenreihe lässt sich mit grosser Wahrscheinlichkeit aus der anderen berechnen oder vorhersagen. Konkret bedeutet dies, dass man aus den Noten des einen Fachs die Noten des anderen Fachs – je nach Höhe des Korrelationskoeffizienten – mehr oder weniger gut voraussagen kann. Je mehr Daten vorliegen, d.h. je grösser  $n$  ist (konkret: je mehr Noten verfügbar sind), desto kleiner kann der Korrelationskoeffizient sein, um einen solchen Zusammenhang postulieren zu können.

## Statistik

### Datenbasis

Die vorliegende Untersuchung wurde mit den Daten von drei Zürcher Kantonsschulen durchgeführt (zwei Schulen in Zürich und eine Schule auf dem Land). Verwendet wurden die Zeugnisnoten in den promotionswirksamen Fächern von Schülerinnen und Schülern aus den ersten und zweiten Klassen von mindestens drei Frühlings- und Herbstsemestern. Unberücksichtigt blieben die Noten am Ende der Probezeit. Ebenso wurden Schülerinnen und Schüler mit unvollständigen Zeugnisnoten weggelassen. Total wurden 7528 Notenreihen betrachtet. Da nicht alle Fächer an allen Schulen im gleichen Semester unterrichtet werden (z.B. Geschichte), ergeben sich z.T. unterschiedliche Schülerzahlen.

Das Zürcher Untergymnasium eignet sich sehr gut für diese Untersuchung, da die Klassen noch ohne Profile oder Schwerpunktfächer geführt werden und daher die maximal mögliche Anzahl Schülerinnen und Schüler mit ihren verschiedenen persönlichen Interessenschwerpunkten und Fähigkeiten erfasst wird.

### Auswertung

	D	E	F	L	M	B	C	P	G	GG	BG	MU	Spr.	MN	GSW	Kun.
Anzahl	7528	6628	7528	7528	7528	4725	1396	2242	5789	5837	7528	7528	7528	7528	7528	7528
D	-	0.369	0.395	0.430	0.246	0.340	0.302	0.216	0.447	0.281	0.284	0.307	0.437	0.324	0.397	0.373
E	0.369	-	0.518	0.466	0.219	0.187	0.143	0.135	0.245	0.175	0.115	0.232	0.542	0.222	0.230	0.228
F	0.395	0.518	-	0.615	0.293	0.231	0.194	0.147	0.291	0.274	0.149	0.285	0.540	0.295	0.300	0.285
L	0.430	0.466	0.615	-	0.416	0.340	0.268	0.230	0.383	0.379	0.143	0.329	0.641	0.426	0.406	0.313
M	0.246	0.219	0.293	0.416	-	0.317	0.502	0.484	0.270	0.389	0.162	0.364	0.315	0.391	0.360	0.349
B	0.340	0.187	0.231	0.340	0.317	-	0.568	0.465	0.445	0.423	0.263	0.288	0.316	0.324	0.458	0.347
C	0.302	0.143	0.194	0.268	0.502	0.568	-	-	0.357	0.396	0.241	0.289	0.257	0.516	0.422	0.336
P	0.216	0.135	0.147	0.230	0.484	0.465	-	-	0.281	0.346	0.115	0.275	0.202	0.489	0.314	0.257
G	0.447	0.245	0.291	0.383	0.270	0.445	0.357	0.281	-	0.458	0.213	0.254	0.402	0.371	0.458	0.296
GG	0.281	0.175	0.274	0.379	0.389	0.423	0.396	0.346	0.458	-	0.172	0.256	0.308	0.482	0.458	0.277
BG	0.284	0.115	0.149	0.143	0.162	0.263	0.241	0.115	0.213	0.172	-	0.253	0.219	0.226	0.215	0.253
MU	0.307	0.232	0.285	0.329	0.364	0.288	0.289	0.275	0.254	0.256	0.253	-	0.342	0.390	0.270	0.253
Sprachen	0.437	0.542	0.540	0.641	0.315	0.316	0.257	0.202	0.402	0.308	0.219	0.342	-	0.350	0.381	0.364
MN	0.324	0.222	0.295	0.426	0.391	0.324	0.516	0.489	0.371	0.482	0.226	0.390	0.350	-	0.465	0.402
GSW	0.397	0.230	0.300	0.406	0.360	0.458	0.422	0.314	0.458	0.458	0.215	0.270	0.381	0.465	-	0.310
Kunst	0.373	0.228	0.285	0.313	0.349	0.347	0.336	0.257	0.296	0.277	0.253	0.253	0.364	0.402	0.310	-

Tabelle 1: Korrelation zwischen den Zeugnisnoten in der gesamten Unterstufe

Abkürzungen:

D = Deutsch

E = Englisch

F = Französisch

L = Latein

M = Mathematik

B = Biologie

C = Chemie

P = Physik

G = Geschichte

GG = Geographie

BG = Bildnerisches Gestalten

MU = Musik

Die Fächergruppen sind folgendermassen berechnet:

Sprachen (Spr.) = Mittelwert D/E/F (d.h. ohne Latein)

Mathematik und Naturwissenschaften (MN) = Mittelwert M/B/C/P

Geistes- und Sozialwissenschaften (GSW) = Mittelwert G/GG

Musische Fächer (Kunst = Kun.) = Mittelwert BG/MU

Bei der Korrelation zwischen einem Fach und einer Fächergruppe wird der Mittelwert der Fächergruppe jeweils ohne das betreffende Fach berechnet, um das Resultat nicht zu verfälschen. Also drückt z.B. der Wert 0.437 nur die Korrelation von D zu E/F aus (und nicht zu D/E/F), oder 0.391 zeigt nur die Korrelation von M zu B/C/P (und nicht zu M/B/C/P). Hingegen ist 0.324 der Korrelationskoeffizient von D zu M/B/C/P und 0.315 derjenige von M zu D/E/F.

Der höchste Wert pro Zeile (zu einem einzelnen Fach und zu einer Fächergruppe) ist jeweils schwarz markiert (z.B. korreliert F am stärksten mit L, nämlich 0.615, und am stärksten mit den Sprachen, nämlich 0.540).

Die Unterschiede zwischen den einzelnen Schulen sind gering; wo sie relevant sind, wird dies bei der Interpretation spezifisch vermerkt. Bei einer Schule werden die Naturwissenschaften Chemie und Physik fachübergreifend unterrichtet. In diesem Fall sind die Noten nach Zufallsprinzip der Chemie bzw. der Physik zugeordnet worden, um die Resultate möglichst nicht zu verfälschen.

Auch die Unterschiede zwischen den einzelnen Semestern sind relativ gering und werden bei der Interpretation jeweils vermerkt. Die Schlussfolgerungen werden davon nur marginal tangiert. Grundsätzlich ist bis auf wenige Ausnahmen von Semester zu Semester ein Anstieg aller Korrelationskoeffizienten zu beobachten, d.h. es gibt keine Betonung der Unterschiede, sondern eher eine Verschiebung zu einer grösseren Ähnlichkeit zwischen den einzelnen Noten. So korreliert z.B. Englisch im Semester 2.1 nur sehr schwach mit Chemie (0.098) und im Semester 2.2 schon spürbar besser (0.186).

## Interpretation

Grundsätzlich kann man feststellen, dass bis auf drei Ausnahmen jedes Fach am besten mit seiner Fächergruppe korreliert, d.h. also D/E/F/L mit den Sprachen, C/M/P mit den MN, G mit den GSW und BG mit den musischen Fächern. Drei Fächer weichen von dieser erwarteten Zuordnung ab, nämlich Biologie, Geographie und Musik. Dafür soll unten noch eine Erklärung gegeben werden. Dass die Korrelation zwischen einem einzelnen Fach und einer Fächergruppe (z.B. L zu MN 0.426) meist deutlich höher ist als zu jedem Fach aus der betreffenden Gruppe einzeln (z.B. L zu M 0.416, zu B 0.340, zu C 0.216, zu P 0.251), liegt daran, dass durch die Berechnung des jeweiligen Schnitts der einzelnen Noten das Notenbild insgesamt ausgeglichener wird, dass daher Abweichungen weniger stark ins Gewicht fallen und damit der Korrelationskoeffizient wächst.

Es ist zu beachten, dass eine grosse Korrelation nicht grundsätzlich gleiche Noten bedeutet, sondern bloss eine ähnliche Verteilung, d.h. wenn Schüler A im Fach X besser ist als Schülerin B, dann ist er bei einer hohen Fächerkorrelation zwischen den Fächern X und Y mit grosser Wahrscheinlichkeit im Fach Y ebenfalls besser als Schülerin B. Faktisch ist allerdings trotzdem eine relativ grosse Nähe der Noten anzunehmen, da die Notenschnitte (zumindest der für diese Untersuchung relevanten Fächer) nicht allzu stark unter einander variieren: Vom Schnitt der Lateinnoten weichen die meisten Fächer nämlich nur um  $\pm 0.15$  ab. Konkret unterscheidet sich also z.B. bei einer hohen Korrelation zwischen Latein und Französisch die Französischnote bei dem Grossteil der Schülerinnen und Schüler nur um max. 0.5 von der Lateinnote.

Eine hohe Korrelation bedeutet selbstverständlich nicht *per se* eine enge Verwandtschaft von zwei Fächern in Inhalten und Methoden, sondern nur, dass eine Schülerin oder ein Schüler im

Vergleich zu den anderen Schülerinnen und Schülern ähnlich positionierte Noten hat. Dies trifft jedoch offensichtlich mit grosser Wahrscheinlichkeit nur dann für sehr viele Schülerinnen und Schüler gleichzeitig zu, wenn die beiden Fächer ähnlich unterrichtet (und v.a. auch ähnlich geprüft) werden. So lässt sich z.B. die überraschende Tatsache erklären, dass Biologie viel stärker mit den Geistes- und Sozialwissenschaften als mit der Mathematik und den Naturwissenschaften korreliert (dies gilt für alle beteiligten Schulen), weil Biologie in der Unterstufe eben eher wie ein geisteswissenschaftliches Fach unterrichtet wird als wie ein naturwissenschaftliches. Analog ist vermutlich die grössere Nähe der Geographie zu den Naturwissenschaften zu erklären, wobei der Unterschied hier allerdings deutlich weniger markant ist als bei der Biologie und zudem das Bild nicht bei allen Schulen gleich ist.

Besonders auffällig ist die niedere Korrelation von Bildnerischem Gestalten mit praktisch allen Fächern einzeln (ausgenommen Deutsch) und mit allen Fächergruppen. Hier ist anzunehmen, dass das Fach durch seinen besonderen Zugang (visuell und taktil, stärkeres Gewicht auf kreativ-gestalterischen Fähigkeiten) auch andere Notenverteilungen bewirkt. Es scheint mir daher sinnvoll zu sein, das Fach bei der weiteren Interpretation nur am Rand zu berücksichtigen.

Bemerkenswert ist die ausgesprochen niedere Korrelation von Englisch mit fast allen nichtsprachlichen Fächern und insbesondere mit den Naturwissenschaften Biologie, Chemie und Physik (0.135 ist der kleinste Korrelationskoeffizient in der Tabelle, wenn man das Bildnerische Gestalten nicht in die Untersuchung einbezieht). Eine ähnliche Verteilung ist (allerdings mit deutlich „besseren“ Werten) nur noch bei Französisch festzustellen. Der Grund dafür kann darin gesehen werden, dass die in diesen beiden Fremdsprachen notwendigen Kompetenzen und Fertigkeiten (z.B. mündliche Kommunikation und Hörverständnis) im Vergleich zu den anderen Gymnasialfächern sehr spezifisch sind. Eine analoge Aussage lässt sich natürlich auch zu den naturwissenschaftlichen Fächern Chemie und Physik machen, wobei hier die Korrelationskoeffizienten im Vergleich zu den beiden erwähnten Sprachen doch deutlich höher sind.

Nicht überraschend ist die Tatsache, dass Deutsch sehr gut mit eigentlich allen Fächern korreliert, da mangelnde Kompetenz in der Erstsprache meist auch Schwierigkeiten in den anderen Fächern mit sich zieht, wobei diejenigen Fächer am wenigsten betroffen sind, in denen das sprachliche Verständnis und Formulierungsvermögen nicht im Vordergrund steht, sondern der Schwerpunkt auf anderen Kompetenzen liegt, nämlich die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer (ohne die Biologie).

Bis auf wenige Ausnahmen wachsen, wie oben erwähnt, die Korrelationskoeffizienten im Verlauf der Semester, d.h. die bestehenden Unterschiede zwischen den Fächern werden nicht stärker betont, sondern eher verwässert. Dies hängt womöglich damit zusammen, dass die individuellen Unterschiede der einzelnen Schülerinnen und Schüler, welche beim Start der gymnasialen Laufbahn bestanden, mit der Zeit ausgeglichen werden.

Bezogen aufs Latein lässt sich aus den Resultaten Folgendes entnehmen:

- *Sprachen:*

Latein weist die höchste Korrelation zur Gruppe aller Sprachfächer auf, notabene mit dem höchsten Wert in der Tabelle insgesamt (0.641). Am höchsten ist die Korrelation, was zunächst wenig zu überraschen vermag, mit Französisch (0.615).

[gilt für alle Schulen zusammen und für jede Schule allein; gilt für jedes Semester]

- *Mathematik und Naturwissenschaften Biologie, Chemie und Physik:*  
Latein weist unter den Nicht-MN-Fächern nach der Geographie die höchste Korrelation zu den MN auf (0.426).  
[gilt für alle Schulen zusammen und für jede Schule allein; gilt für 1.1, 1.2 und 2.1, in 2.2 hat Musik eine höhere Korrelation]  
Dabei ist diese Korrelation sogar höher als diejenige von Biologie und Mathematik zu den MN (0.324 bzw. 0.391).  
[gilt für alle Schulen zusammen und für zwei Schulen allein; gilt nur für 1.1 und 1.2]  
Besonders hoch ist die Korrelation zwischen Latein und Mathematik (0.416); hier wird Latein nur noch von der Chemie und Physik übertroffen.  
[gilt für alle Schulen zusammen und für zwei Schulen allein; gilt für 1.2 und 2.1, in 1.1 korreliert die Geographie noch stärker, in 2.2 die Biologie]  
Im Semester 1.2 ist Latein sogar das Fach, mit dem Mathematik am stärksten korreliert.  
[gilt für alle Schulen zusammen und für jede Schule allein]
- *Naturwissenschaften Chemie und Physik:*  
Latein weist zusammen mit Deutsch (die Werte liegen nahe beieinander) von den Sprachfächern die höchste Korrelation zu den naturwissenschaftlichen Fächern Chemie und Physik auf (0.268 bzw. 0.230), ebenso zur eher geisteswissenschaftlichen Biologie (0.340).  
[gilt für alle Schulen zusammen und für jede Schule allein; gilt für jedes Semester]
- *Geistes- und Sozialwissenschaften:*  
Latein weist unter den Nicht-GSW-Fächern nach der Biologie und der Chemie die höchste Korrelation zu den GSW auf (0.406).  
[gilt für alle Schulen zusammen; einzeln betrachtet gibt es in zwei Schulen kleine Abweichungen; gilt nur für Semester 1.2, in 1.1 korreliert die Mathematik noch stärker, in 2.1 und 2.2 Deutsch, dafür die Chemie weniger stark]
- *Musische Fächer (nur Musik):*  
Latein weist nach der Mathematik die höchste Korrelation zur Musik auf (0.329).  
[gilt für alle Schulen zusammen und für zwei Schulen allein; gilt für 1.1 und 1.2, in 2.1 korreliert Deutsch noch stärker, in 2.2 diverse Fächer]
- *Gesamtbild:*  
Neben Deutsch ist Latein das Fach mit den höchsten Korrelationen zu allen Fächern (ausser zum Bildnerischen Gestalten), wobei Latein oft markant höhere Korrelationen als Deutsch aufweist, so insbesondere zu Französisch und Mathematik.  
[gilt für alle Schulen zusammen und für jede Schule allein; gilt für jedes Semester]

Latein ist damit offensichtlich das Fach, welches über die gesamte Breite der gymnasialen Unterstufe, also beinahe über das ganze Fächerspektrum – es fehlen eigentlich nur die Fächer (E)WR und AM – die vergleichsweise höchsten Korrelationen zu allen Fachgruppen und zu fast allen individuellen Fächern aufweist. Durch die Noten im Latein lassen sich folglich die Noten in allen anderen Fächern am besten abschätzen, d.h. Latein gibt von allen Fächern mit der grössten Wahrscheinlichkeit an, wie eine beliebige Schülerin, ein beliebiger Schüler die allgemeinbildende Ausbildung des Gymnasiums absolvieren wird. Wer in Latein gut ist, ist sehr wahrscheinlich auch in allen (!) anderen Fächern gut, wer in Latein Probleme hat, wird auch in den meisten anderen Fächern Schwierigkeiten haben. Latein ist quasi das „Fach der Mitte“ oder Brückenfach, welches das disparate Spektrum aller gymnasialen Fächer am besten abdeckt.

Aus der Realität des Unterrichts ist klar, dass weder die Inhalte noch die Didaktik oder Methodik des Lateinunterrichts Ursache für den beobachteten Zusammenhang sind. Selbst der enge Zusammenhang zwischen Latein- und Französischnoten lässt sich nicht so einfach nur durch die Verwandtschaft der beiden Sprachen erklären, da sich der Unterricht und die Bewertung von Schülerleistungen in den beiden Fächern doch ziemlich deutlich unterscheiden – man denke nur an den Stellenwert der Mündlichkeit und der aktiven Sprachbeherrschung im Französischunterricht. Die hohe Korrelation mit praktisch allen Fächern schliesst auch rein inhaltliche Gründe praktisch von vornherein aus, auch wenn sich so natürlich zumindest die Beziehung zu den anderen Sprachfächern gut erklären lässt. Gute Lateinschülerinnen und -schüler erreichen nicht deshalb in Mathematik und Geographie ebenfalls gute Leistungen, weil sie in Latein einen Text über Eratosthenes' Berechnung des Erdumfangs gelesen haben (wenn dies denn überhaupt behandelt wird).

Es scheint mir daher vielversprechender zu sein, den Zusammenhang zwischen Latein und den anderen Fächern dadurch zu erklären, dass im Lateinunterricht in überdurchschnittlichem Mass und in einer grösseren Breite als anderswo Kompetenzen und Qualitäten gefordert und ebenso gefördert werden, welche auch in anderen Fächern benötigt werden, so z.B. sprachliche Kompetenzen wie Wörter und Grammatik lernen, Satzbau verstehen, (komplexe) Inhalte erfassen und interpretieren, analytische Kompetenzen wie die Zerlegung eines komplizierten Problems in Teilprobleme und das Herausarbeiten von Lösungsansätzen oder überfachliche Kompetenzen wie Hartnäckigkeit und Präzision.

Einzig mit den „echten“ Naturwissenschaften Chemie und Physik – Biologie rückt in der Unterstufe, wie oben dargelegt, eher in die Nähe der GSW – ist die Korrelation vergleichsweise niedrig, da sich hier die Kompetenzen, welche von den Schülerinnen und Schülern erwartet werden, am deutlichsten unterscheiden bzw. am spezifischsten sind. Und doch weist Latein auch hier die höchste Korrelation von allen Sprachfächern auf, im Vergleich zu den Fremdsprachen (E und F) ist sie sogar markant höher, so dass Latein von den Fremdsprachen den Naturwissenschaften klar am nächsten steht.

### ***Ausblick***

Dass die in dieser Studie beobachteten Zusammenhänge nicht zufällig sind oder sich etwa bloss auf das Untergymnasium beschränken, lässt sich unschwer aus Untersuchungen auf der Maturstufe und beim Studienbeginn erweisen. So schreibt Prof. Dr. F. Eberle in dem Bericht EVAMAR II (S. 220): «Die Gruppe des Schwerpunktfachs „Alte Sprachen“ hat unter dem Aspekt der Ausgeglichenheit bzw. Ausgewogenheit der Kompetenzen (im Sinne einer allgemeinen Studierfähigkeit) am besten abgeschnitten.» (Geprüft wurden Kompetenzen in der Erstsprache, der Mathematik und der Biologie.) Und in der ETH-Studie «Maturanoten und Studienerfolg. Eine Analyse des Zusammenhangs zwischen Maturanoten und der Basisprüfung an der ETH Zürich, Dezember 2008» (veröffentlicht am 16.1.2009) kann man lesen (S. 14): «Absolventen mit Schwerpunkt „Physik/Angewandte Mathematik“ oder „Latein/Griechisch“ erreichen signifikant bessere Basisprüfungsergebnisse als alle anderen Absolventen.» Offensichtlich verfügen Lateinschülerinnen und -schüler über die breiteste Allgemeinbildung (EVAMAR II) und sind gleichzeitig in der Lage, auch in den stark mathematisch-naturwissenschaftlich geprägten Basisprüfungen an der ETH Erfolg zu haben (ETH-Studie). Der ETH-Präsident, Prof. Dr. Ralph Eichler, äussert sich folgendermassen zu dieser Thematik (Interview im Tagesanzeiger vom 5.9.2008): «Wer Latein oder Griechisch hatte, ist oft auch an der ETH gut. Deshalb muss die nächste Maturareform die Kompetenz einer exakten Sprache stärker gewichten.»

## Zusammenfassung

Latein nimmt im Fächerkanon des Untergymnasiums eine Schlüsselrolle als „Fach der Mitte“ oder Brückenfach ein. Einerseits ist es das typische Sprachfach (höchste Korrelation zu allen anderen Sprachfächern), andererseits ist es das Sprachfach, mit dem die Mathematik und die Naturwissenschaften (jedes Fach für sich und auch alle zusammen) am stärksten korrelieren, wobei der Unterschied zu den anderen Sprachfächern besonders bei der Mathematik augenfällig ist. Gleiches gilt für die Korrelation von Latein mit den Geistes- und Sozialwissenschaften und mit den musischen Fächern.

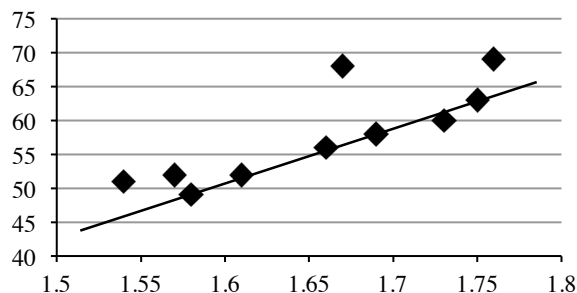
Das Fach Latein verkörpert daher durch seine Mittelstellung zwischen den grossen Fachgruppen par excellence die allgemeinbildende Komponente des Gymnasiums. Will man an dieser Komponente festhalten – und dagegen spricht sich momentan niemand aus –, ist auf der Grundlage dieser Untersuchung ein Verzicht auf Latein oder eine weitere Schwächung dieses Fachs absolut fragwürdig – gerade auch im Untergymnasium, wo es nicht nur, aber auch darum geht zu überprüfen, ob für eine bestimmte Schülerin, für einen bestimmten Schüler die gymnasiale Ausbildung in ihrer ganzen Breite wirklich geeignet ist.

In einer Zeit, in der auch die Hochschulen immer stärker auf Interdisziplinarität Wert legen und interdisziplinäres Arbeiten an den Gymnasien gezielt gefördert werden soll, ist es doch wohl absurd, ausgerechnet das Fach zu marginalisieren, welches seinen Platz *per se* offensichtlich *inter disciplinas* hat.

Lucius Hartmann ([lucius.hartmann@kzo.ch](mailto:lucius.hartmann@kzo.ch))  
Lehrer für Alte Sprachen und Mathematik

## Anhang: Mathematische Grundlagen

In der Statistik spricht man von Korrelation, wenn sich gewisse Daten ( $y$ -Werte) mit grosser Wahrscheinlichkeit linear aus anderen Daten ( $x$ -Werte) ermitteln lassen. Linear bedeutet, dass man  $y$  durch  $a \cdot x + b$  (für passende Zahlen  $a$  und  $b$ , welche die Lage der Gerade beschreiben) (zumindest in Annäherung) bestimmen kann oder dass sich der Zusammenhang durch eine Gerade (zumindest in Annäherung) ausdrücken lässt, wie dies im folgenden Beispiel für den Zusammenhang zwischen Körpergrösse und Gewicht gemacht ist.



Grafik 1: Zusammenhang zwischen Körpergrösse und Gewicht

### Beispiele für den Zusammenhang von zwei Datenreihen

- a) Zeit und Weg (bei nahezu gleichbleibender Geschwindigkeit)

Ein Fahrzeug bewegt sich mit ca. 60 km/h (d.h. ca. 1 km/min). Aus der Zeit ( $x$ ) kann man den Weg ( $y$ ) bestimmen.

Zeit ( $x$ )	Weg ( $y$ )
30 min	31 km
60 min	58 km
90 min	91 km

Tabelle 2: Zeit und Weg

Man kann davon ausgehen, dass man nach 120 min ca. 120 km zurückgelegt hat. Die Formel zur Berechnung von  $y$  lautet demnach in diesem Fall  $y = 1 \cdot x + 0$  (d.h.  $a = 1$  und  $b = 0$ , es handelt sich um eine sogenannte Proportion).

- b) Zusammenhang zwischen Körpergrösse und Körpergewicht (entnommen aus Th. Jahnke, H. Wuttke, Mathematik: Stochastik, Berlin 2006):

Grösse ( $x$ )	Gewicht ( $y$ )
1.54	51
1.66	56
1.57	52
1.69	58
1.67	68
1.76	69
1.58	49
1.73	60
1.61	52
1.75	63

Tabelle 3: Körpergrösse und Gewicht

Die Formel zur Berechnung von  $y$  aus  $x$  lautet in diesem Fall etwa  $y = 75 \cdot x - 68$  (d.h.  $a = 75$  und  $b = -68$ ).



## Der Korrelationskoeffizient

Um zu zeigen, wie eng der Zusammenhang wirklich ist, wird der sogenannte Korrelationskoeffizient  $r$  berechnet.

$$r = \frac{\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i) - x_m \cdot y_m}{s_x \cdot s_y}$$

Dabei gilt:

$n$  Anzahl der Datenpaare ( $x_i / y_i$ )

$x_i$  einzelne Daten ( $x$ -Werte)

$y_i$  einzelne Daten ( $y$ -Werte)

$x_m$  arithmetisches Mittel der  $x$ -Werte (= Durchschnitt)

$y_m$  arithmetisches Mittel der  $y$ -Werte (= Durchschnitt)

$s_x$  Standardabweichung der  $x$ -Werte

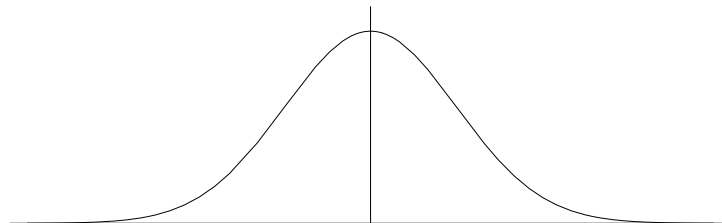
$s_y$  Standardabweichung der  $y$ -Werte

Die Standardabweichung ist ein Mass für Streuung von Werten. Bei einer Normalverteilung (vgl. Grafik 2) liegen 68% der Werte im Bereich von  $x_m - s$ , 95.4% in  $x_m - 2s$  und 99.7% in  $x_m - 3s$ . Die Standardabweichung  $s_x$  wird folgendermassen berechnet (für  $y$  analog):

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=0}^n (x_i - x_m)^2}$$

$\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i$  ist eine Kurzform für  $x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + \dots + x_n \cdot y_n$

Der Formel kann entnommen werden, dass man bei der Berechnung des Korrelationskoeffizienten die  $x$ - und  $y$ -Werte vertauschen kann.



Grafik 2: Normalverteilung (Gauss'sche Glockenkurve)

Beispiel b): Zusammenhang zwischen Körpergrösse und Körpergewicht (vgl. oben Tabelle 3)

$$n = 10$$

$$x_1, x_2, \dots, x_{10} = 1.54, 1.66, \dots, 1.75$$

$$y_1, y_2, \dots, y_{10} = 51, 56, \dots, 63$$

$$x_m = \frac{1}{10} (1.54 + 1.66 + \dots + 1.75) = 1.66$$

$$y_m = \frac{1}{10} (51 + 56 + \dots + 63) = 57.8$$

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{10} \cdot ((1.54 - 1.66)^2 + (1.66 - 1.66)^2 + \dots + (1.75 - 1.66)^2)} = 0.074$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{10} \cdot ((51 - 57.8)^2 + (56 - 57.8)^2 + \dots + (63 - 57.8)^2)} = 6.75$$

$$r = \frac{\frac{1}{10} (1.54 \cdot 51 + 1.66 \cdot 56 + \dots + 1.75 \cdot 63) - 1.66 \cdot 57.8}{0.074 \cdot 6.75} = 0.834$$

### ***Zur Verwendung des Korrelationskoeffizienten***

Besteht zwischen den beiden Datenreihen kein linearer Zusammenhang, liegt der Korrelationskoeffizient bei 0. Lässt sich hingegen jeder Wert exakt vorausbestimmen, ist der Korrelationskoeffizient 1 oder  $-1$ . Der Koeffizient ist negativ, wenn der Zusammenhang gerade umgekehrt ist (die  $x$ -Werte wachsen, während die  $y$ -Werte abnehmen). Je höher der Korrelationskoeffizient ist, desto grösser ist die Wahrscheinlichkeit eines Zusammenhangs. Im obigen Beispiel ( $r = 0.834$ ) ist daher der Zusammenhang sehr wahrscheinlich.

Je grösser die Anzahl Werte ist, desto kleiner kann  $r$  sein, um einen Zusammenhang mit grosser Signifikanz (d.h. mit kleiner Fehlerwahrscheinlichkeit) postulieren zu können. D.h. wenn nur wenige Datenpaare verfügbar sind, muss  $r$  deutlich grösser sein, damit der beobachtete Zusammenhang nicht rein zufällig ist.

Dieser Zusammenhang muss aber keinesfalls auf einer Kausalität beruhen, wie das folgende Beispiel zeigen soll (vgl. <http://www.univie.ac.at/ksa/elearning/cp/quantitative/quantitative-108.html>): Storchenpopulation und Geburtenrate korrelieren z.T. mit einem Koeffizienten von bis zu 0.7. Zwischen den beiden Entwicklungen besteht aber offensichtlich kein kausaler Zusammenhang, sondern sie korrelieren unabhängig voneinander mit einer dritten Grösse, dem Wirtschaftswachstum.

Umgekehrt ist ein tiefer Korrelationskoeffizient kein Beweis dafür, dass überhaupt kein Zusammenhang oder keine Kausalität zwischen zwei Datenreihen besteht. Der Zusammenhang lässt sich allerdings mathematisch nicht durch eine lineare Funktion oder anders gesagt durch eine Gerade ausdrücken. Beispielsweise beträgt der Korrelationskoeffizient zwischen den Zahlen 1, 2, 3 ..., 10 und den zugehörigen Werten der Sinusfunktion ( $\sin(1)$ ,  $\sin(2)$ ,  $\sin(3)$ , ...,  $\sin(10)$ ) „nur“  $-0.17$ , obwohl mathematisch gesehen sehr wohl ein Zusammenhang vorliegt.