

KLASSE: \_\_\_\_\_ NAME: \_\_\_\_\_ VORNAME: \_\_\_\_\_

Mögliche Punktzahl: 51

48 Pte. = Note 6

Erreichte Punktzahl:

Note:

# JAHRESPRÜFUNG MATHEMATIK

1. Klassen Kantonschule Reussbühl Luzern

27. Mai 2014 Zeit: 13:10 – 14:40 (90 Minuten)

## Allgemeines

- Diese Prüfung hat inklusive Titelblatt 11 Seiten.
- Schreibe deine Prüfung auf diesem Titelblatt bitte sofort vollständig an. Danke.
- Bitte trenne die Prüfungsblätter nicht voneinander.
- Den Taschenrechner darfst du benutzen.
- Du musst mit Tinte oder feinen Filzstiften schreiben. Geometrische Konstruktionen hingegen sollst du mit Bleistift anfertigen.
- Bei den Aufgaben soll der Lösungsweg klar ersichtlich sein. Schreibe alle Lösungsschritte und die doppelt unterstrichenen Resultate direkt auf die Aufgabenblätter in den leeren Raum unterhalb der Aufgaben! Bitte sauber schreiben, danke.
- Bei Platzmangel, oder wenn du wegen eines Fehlers neu beginnen musst, schreibe bitte auf der Rückseite weiter und bezeichne die Aufgabe präzise.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

**Termumformungen (3 Aufgaben, 6 Punkte)**

Berechne und vereinfache.

**TU-1**

$$\begin{aligned}7x - 3 - [2 - (5x - 3) + (4 - 2x)] &= 7x - 3 - [2 - 5x + 3 + 4 - 2x] = \\ &= 7x - 3 - 2 + 5x - 3 - 4 + 2x = \\ &= \underline{14x - 12}\end{aligned}$$

2

**TU-2**

$$\begin{aligned}2(6u + 5v)^2 &= 2(6u + 5v)(6u + 5v) = \\ &= 2(36u^2 + 60uv + 25v^2) = \\ &= \underline{72u^2 + 120uv + 50v^2}\end{aligned}$$

2

**TU-3**

$$(-3ab^4)(3a^2)(-2a^3b) = \underline{18a^6b^5}$$

2

**Gleichungen und Ungleichungen (3 Aufgaben, 8 Punkte)**

Löse die Gleichungen und die Ungleichung nach  $x$  auf und gib die Lösungsmenge an.

Bei allen Aufgaben gilt:  $G = Z$ .

**GL-1****2**

$$13 - 7x = 12x - 44$$

Lös.:

$$13 - 7x = 12x - 44 \quad | + 7x$$

$$13 = 19x - 44 \quad | + 44$$

$$57 = 19x \quad | : 19$$

$$\underline{3 = x}$$

$$\underline{\mathbb{L} = \{3\}}$$

**GL-2****3**

$$(x + 1)(4x + 3) = 15x - 2x(3 - 2x) + 7$$

Lös.:

$$(x + 1)(4x + 3) = 15x - 2x(3 - 2x) + 7$$

$$4x^2 + 3x + 4x + 3 = 15x - 6x + 4x^2 + 7$$

$$4x^2 + 7x + 3 = 4x^2 + 9x + 7 \quad | - 4x^2$$

$$7x + 3 = 9x + 7 \quad | - 7x$$

$$3 = 2x + 7 \quad | - 7$$

$$-4 = 2x \quad | : 2$$

$$\underline{-2 = x}$$

$$\underline{\mathbb{L} = \{-2\}}$$

**GL-3****3**

$$8 - 13x - (11 - 5x) \geq 2x - 18 + 5(2x - 5)$$

Lös.:

$$8 - 13x - (11 - 5x) \geq 2x - 18 + 5(2x - 5)$$

$$8 - 13x - 11 + 5x \geq 2x - 18 + 10x - 25$$

$$-3 - 8x \geq 12x - 43 \quad | + 8x$$

$$-3 \geq 20x - 43 \quad | + 43$$

$$40 \geq 20x \quad | : 20$$

$$\underline{2 \geq x}$$

$$\underline{\mathbb{L} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}}$$

**Textgleichungen (2 Aufgaben, 6 Punkte)**

Die Aufgaben sind mit einer Gleichung zu lösen.

**TG-1****3**

Ein Vater ist dreimal so alt wie sein Sohn. In 10 Jahren wird er noch doppelt so alt sein wie sein Sohn. Wie alt sind beide heute?

	heute:	in 10 Jahren:
Vater	$3x$	$3x + 10$
Sohn	$x$	$x + 10$

$$2(x + 10) = 3x + 10$$

$$x = 10$$

$$3x = 30$$

Der Vater ist heute 30 Jahre und sein Sohn 10 Jahre alt.

**TG-2****3**

Ein Stafettenlauf hat eine Länge von insgesamt 25 km. Die erste Teilstrecke ist 3 km kürzer als die zweite. Die dritte Teilstrecke ist 1 km kürzer als die ersten zwei zusammen. Berechne die Länge der drei Teilstrecken.

$$x + (x + 3) + (x + x + 3 - 1) = 25$$

$$4x + 5 = 25$$

$$| - 5$$

$$4x = 20$$

$$| : 4$$

$$x = 5$$

$$x + 3 = 8$$

$$x + (x + 3) - 1 = 12$$

Die erste Teilstrecke ist 5 km, die zweite ist 8 km und die dritte ist 12 km lang.

**Teiler und Vielfache (3 Aufgaben, 10 Punkte)****TV-1**

Berechne den grössten gemeinsamen Teiler (ggT) und das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) der Zahlen 90, 315 und 750.

**3****Lösung:**

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$750 = 2 \cdot 3 \cdot 5^3$$

$$\Rightarrow \text{ggT}(90, 315, 750) = 3 \cdot 5 = 15$$

$$\Rightarrow \text{kgV}(90, 315, 750) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7 = 15750$$

**TV-2**

$$\text{ggT}(x, 90) = 6; \quad x < 50$$

**3**

Welche Werte kann x annehmen?

**Lösung:**

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 6 \cdot 3 \cdot 5$$

Grundsätzlich kommen für x alle durch 6 teilbaren natürlichen Zahlen kleiner als 50 in Betracht. Allerdings darf kein zusätzlicher Faktor 3 oder 5 vorkommen, da es sonst mehr gemeinsame Primfaktoren mit 90 gäbe und damit der ggT verändert würde. Deshalb müssen wir 18 (= 6 · 3), 30 (= 6 · 5) und 36 (= 6 · 3 · 2) ausschliessen.

$$\Rightarrow L = \{6, 12, 24, 42, 48\}$$

Punkte

**TV-3**

Aus quaderförmigen Bauklötzchen (24 mm x 20 mm x 14 mm) soll ein möglichst kleiner Würfel (ohne Hohlraum) gebaut werden.

**4**

- a) Wie gross wird die Kantenlänge des Würfels?
- b) Wie viele Bauklötzchen braucht es?

**Lösung:**

(2)

a)  $\text{kgV}(14, 20, 24) = 840 \Rightarrow 840 \text{ mm}$

b)  $840 : 14 = 60$

(2)

$840 : 20 = 42$

$840 : 24 = 35$

$60 \cdot 42 \cdot 35 = 88200$

**Masseinheiten (8 Aufgaben, 4 Punkte)****ME-1**

Forme folgende Grössen in die angegebene Einheit um:

je  
1/2

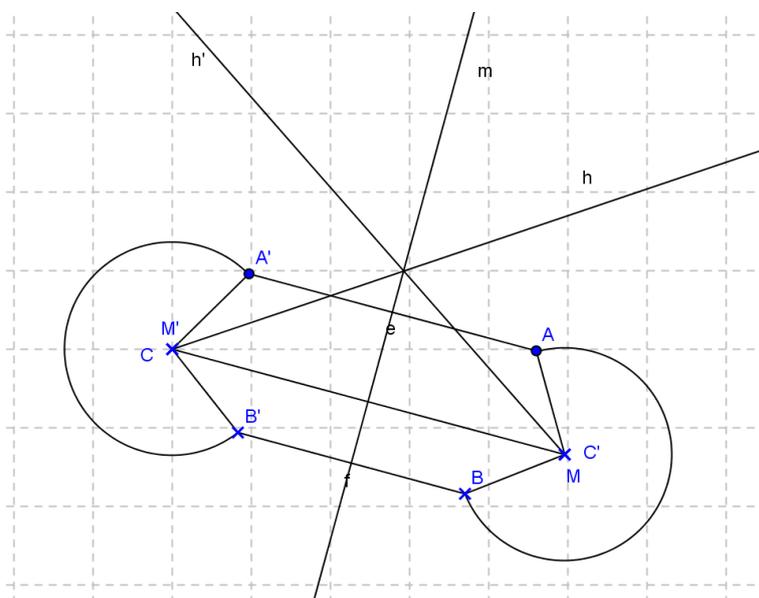
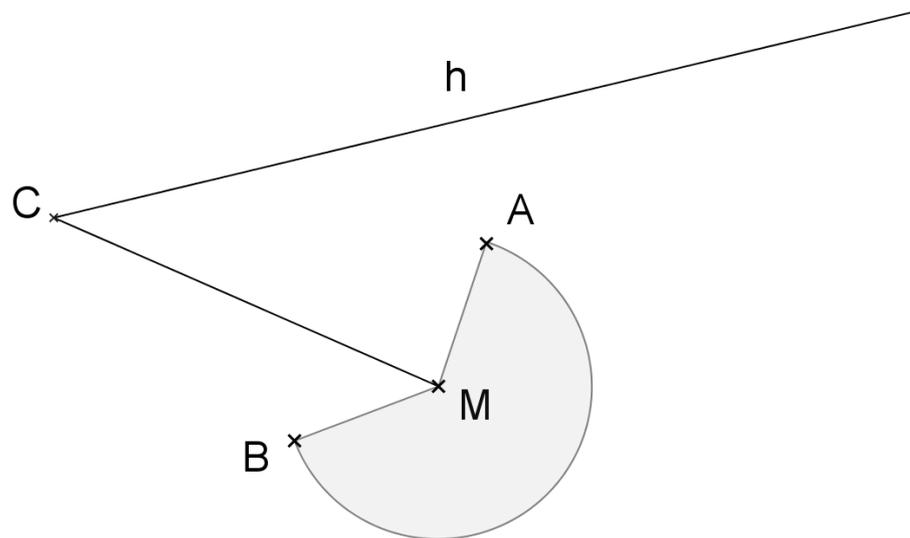
$555 \text{ m}^2 =$	$0.000555 \text{ km}^2$
$240 \text{ m}^3 =$	$240000 \text{ l}$
$2 \text{ h } 15 \text{ min } 19 \text{ sec} =$	$8119 \text{ sec}$
$332 \text{ cm} =$	$0.00332 \text{ km}$
$0.04 \text{ l} =$	$4 \text{ cl}$
$23 \text{ dm}^2 =$	$230000 \text{ mm}^2$
$7.5 \text{ ml} =$	$0.75 \text{ cl}$
$18 \text{ t } 19 \text{ kg} =$	$18019000 \text{ g}$

## Geometrische Abbildungen (2 Aufgaben, 4 Punkte)

Arbeite präzise und sauber!

**K-1**

- 2** Achsensymmetrie:  
Spiegle die ganze Figur an der Mittelsenkrechten der Strecke MC.



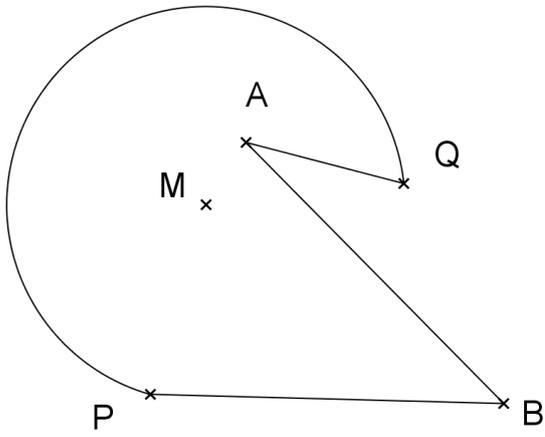
Punkte

**K-2**

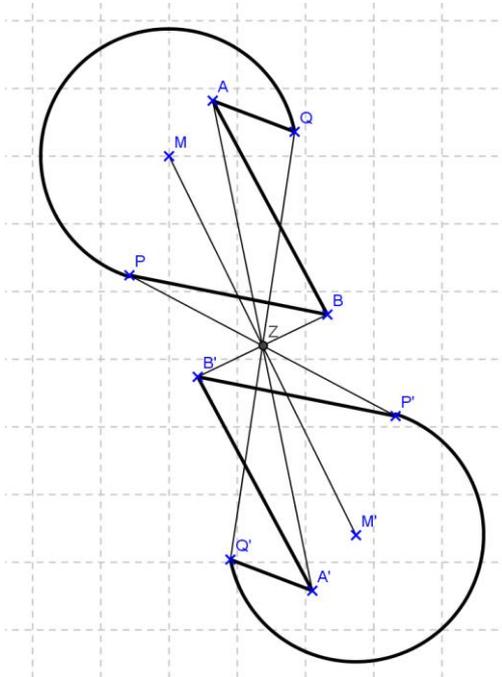
Punktsymmetrie:

Konstruiere das Symmetriezentrum und spiegle die ganze Figur daran.

2



x P'



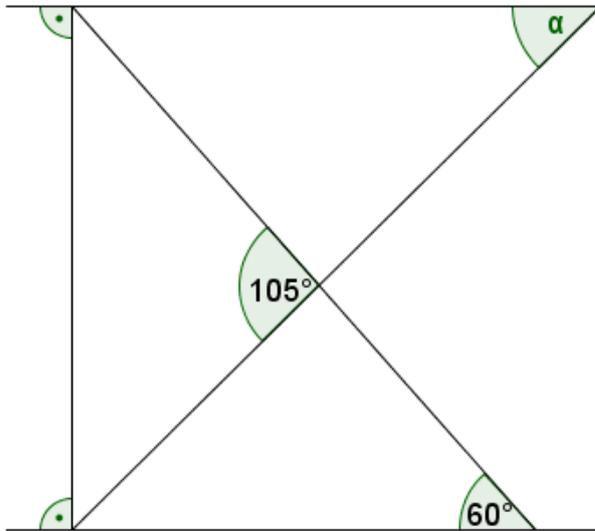
## Winkel (2 Aufgaben, 7 Punkte)

### W-1

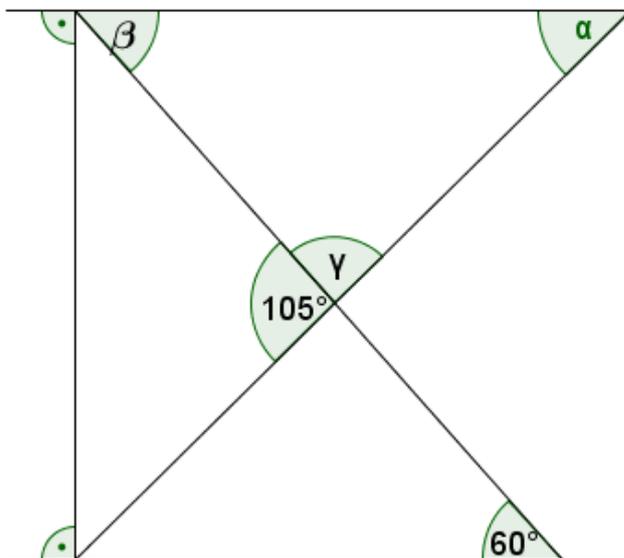
Berechne den Winkel  $\alpha$ .

Bezeichne alle Winkel, die du ausrechnest, mit einem griechischen Buchstaben (auch in der Skizze) und begründe jeden Lösungsschritt, indem du die Begriffe „Nebenwinkel“, „Scheitelwinkel“, „Stufenwinkel“, „Wechselwinkel“ und „Winkelsumme im Dreieck“ verwendest.

3



4



$\beta$  ist Wechselwinkel zum  $60^\circ$ -Winkel; also  $\beta = 60^\circ$ .

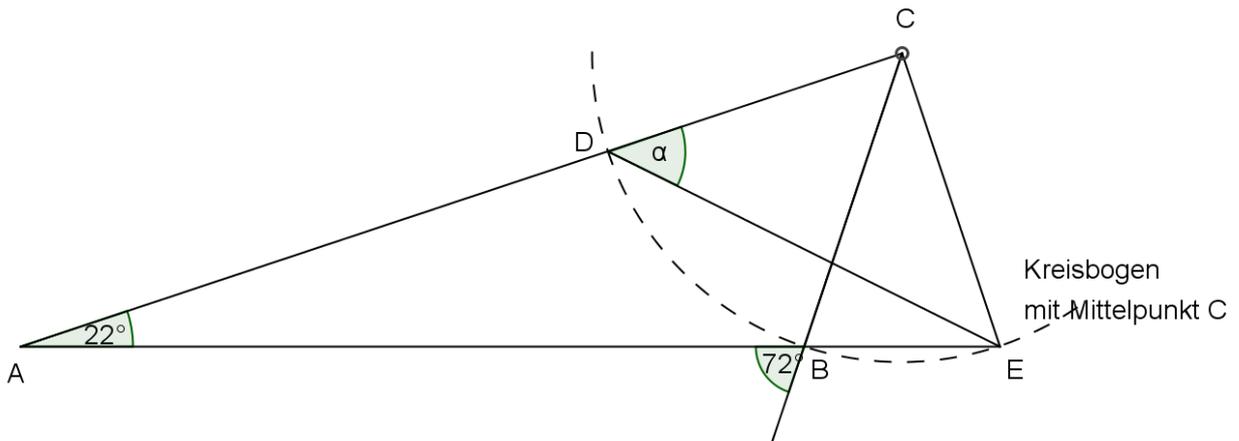
$\gamma$  ist Nebenwinkel zum  $105^\circ$ -Winkel, also  $\gamma = 75^\circ$ .

$\alpha = 180^\circ - 60^\circ - 75^\circ = 45^\circ$  (Winkelsumme im Dreieck)

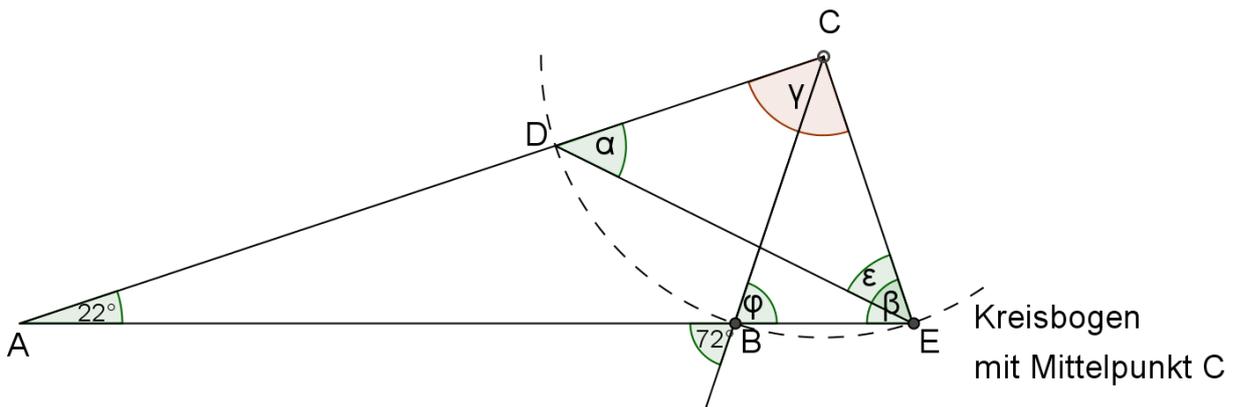
**W-2**

Der abgebildete Kreisbogen mit dem Mittelpunkt C geht durch die Punkte D, B und E:

4



Berechne den Winkel  $\alpha$ . Die Lösungsschritte müssen nicht begründet werden.



$$\varphi = 72^\circ \text{ Scheitelwinkel}$$

$$\varphi = \beta, \text{ gleichschenkliges Dreieck BCE wegen Kreisbogen}$$

$$\gamma = 180^\circ - 22^\circ - 72^\circ = 86^\circ - \text{ betrachte Dreieck AEC.}$$

$$\alpha = (180 - 86^\circ) : 2 = 47^\circ - \text{ betrachte gleichschenkliges Dreieck DEC}$$

**Volumen und Oberfläche (2 Aufgaben, 6 Punkte)****VO-1**

Von einem Quader kennt man die Kantenlängen  $a = 7 \text{ cm}$  und  $b = 11 \text{ cm}$  sowie die Oberfläche  $S = 622 \text{ cm}^2$ . Berechne die Länge der Kante  $c$  sowie das Volumen des Quaders.

Lösung:

**3**

$$\begin{aligned} 622 &= 2(7 \cdot 11 + 7c + 11c) && | :2 \\ 311 &= 77 + 18c && | -77 \\ 234 &= 18c && | :18 \\ 13 &= c \end{aligned}$$

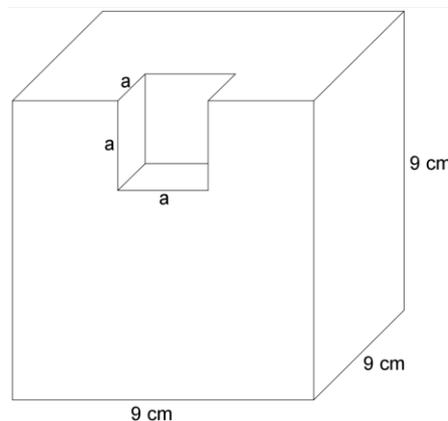
Die Länge der Kante  $c$  beträgt  $13 \text{ cm}$ .

$$V = a b c$$

$$V = 7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001 \text{ cm}^3$$

**VO-2**

Aus einem Würfel mit der Kantenlänge  $9 \text{ cm}$  wird wie abgebildet ein kleinerer Würfel mit der Kantenlänge  $a$  herausgeschnitten:

**3**

$a$  wird dabei so gewählt, dass das Volumen des abgebildeten Körpers  $604 \text{ cm}^3$  beträgt. Wie gross ist die Oberfläche des Körpers?

Lösung:

$$9^3 - a^3 = 604 \Rightarrow a^3 = 125 \Rightarrow a = 5$$

$$S = 6 \cdot 9^2 - 2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^2 = 536 \text{ cm}^2$$

**Hast du deine Prüfung auf dem Titelblatt vollständig angeschrieben?**