

**KLASSE:** \_\_\_\_\_ **NAME:** \_\_\_\_\_ **VORNAME:** \_\_\_\_\_

**Mögliche Punktzahl:** 75

68 Pte. = Note 6

**Erreichte Punktzahl:**

**Note:**

## **SEMESTERPRÜFUNG MATHEMATIK**

### **1. Klassen KSR**

**Dienstag, 29. Mai 2012**

**13:10 - 14:40 Uhr**

#### **Allgemeines**

- Diese Prüfung hat 14 Seiten inklusive Titelblatt.
- Bitte Prüfung auf diesem Titelblatt sofort anschreiben.
- Bitte Prüfungsblätter nicht voneinander trennen!
- Du hast genau 90 Minuten Zeit.
- Der Taschenrechner darf benutzt werden.
- Du musst mit Tinte oder feinen Filzstiften schreiben. Bleistift ist nur für Konstruktionen in der Geometrie erlaubt.
- Du schreibst den Lösungsweg und die Lösungen direkt auf die Aufgabenblätter in den leeren Raum unterhalb der Aufgaben! Bitte sauber schreiben.
- Bei Platzmangel, oder wenn du wegen eines Fehlers neu beginnen musst, schreibst du auf der Rückseite des gleichen Blattes weiter. Aufgabe präzise bezeichnen!
- Resultate doppelt mit Lineal unterstreichen!

**Wir wünschen dir viel Erfolg!**



**Termumformungen (6 Aufgaben, 13 Punkte)****TU-1**

$$10a + (2a - b) + 8b - (4a - 3b) =$$

2

$$10a + 2a - b + 8b - 4a + 3b =$$

$$\underline{8a + 10b}$$

**TU-2**

$$2(2e + 5f) + 5(3e - 2f) =$$

2

$$4e + 10f + 15e - 10f =$$

$$\underline{19e}$$

**TU-3**

$$43x - [ 2(4y - 2x + 3y) - 2y ] =$$

2

$$43x - [ 8y - 4x + 6y - 2y ]$$

$$43x - 8y + 4x - 6y + 2y$$

$$\underline{47x - 12y}$$

**TU-4**

$$(3xyz)^3 \cdot (x^2y^3)^2 \cdot (-2yz)^3 =$$

**3**

$$27x^3y^3z^3 \cdot x^4y^6 \cdot (-8y^3z^3)$$

$$\underline{-216x^7y^{12}z^6}$$

**TU-5**

$$(a^3 + a)(2a^3 - a)$$

**2**

$$2a^6 - a^4 + 2a^4 - a^2$$

$$\underline{2a^6 + a^4 - a^2}$$

**TU-6**

$$(xyz^3 - x^2yz^4 + xz^3) : (xz^3) = \underline{y - xyz + 1}$$

**2**

**Gleichungen und Ungleichungen** (5 Aufgaben, 11 Punkte)Bei allen Gleichungen und Ungleichungen gilt :  $\mathbf{G = Z}$ 

Gib jeweils die Lösungsmenge an.

**GL-1**

$$23x + 5 - (6x + 2) = 88 \quad | \text{ TU}$$

$$23x + 5 - 6x - 2 = 88 \quad | \text{ TU}$$

$$17x + 3 = 88 \quad | -3$$

$$17x = 85 \quad | :17$$

$$\underline{x = 5}$$

$$\underline{L = \{5\}}$$

2

**GL-2**

$$10(3x - 2) = 3(4 - 7x) + 70 \quad | \text{ TU}$$

$$30x - 20 = 12 - 21x + 70 \quad | \text{ TU}$$

$$30x - 20 = -21x + 82 \quad | +21x$$

$$51x - 20 = 82 \quad | +20$$

$$51x = 102 \quad | :51$$

$$\underline{x = 2}$$

$$\underline{L = \{2\}}$$

2

**GL-3**

$$4x - [5x - 3(x - 2)] = 8(2x + 3) + 12 \quad | \text{ TU}$$

$$4x - [5x - 3x + 6] = 16x + 24 + 12 \quad | \text{ TU}$$

$$4x - 5x + 3x - 6 = 16x + 36 \quad | \text{ TU}$$

$$2x - 6 = 16x + 36 \quad | -2x$$

$$-6 = 14x + 36 \quad | -36$$

$$-42 = 14x \quad | :14$$

$$-3 = x$$

$$\underline{L = \{-3\}}$$

3

**GL-4**

$$5x - (2x - 17) < 20 \quad | \text{ TU}$$

$$5x - 2x + 17 < 20 \quad | \text{ TU}$$

$$3x + 17 < 20 \quad | - 17$$

$$3x < 3 \quad | : 3$$

$$\underline{x < 1}$$

$$\underline{L = \{0, -1, -2, -3, \dots\}}$$

2

**GL-5**

$$3(2x - 13) \geq 7 - 2(3 - 2x) \quad | \text{ TU}$$

$$6x - 39 \geq 7 - 6 + 4x \quad | \text{ TU}$$

$$6x - 39 \geq 4x + 1 \quad | - 4x$$

$$2x - 39 \geq 1 \quad | + 39$$

$$2x \geq 40 \quad | : 2$$

$$x \geq 20$$

$$\underline{L = \{20, 21, 22, 23, \dots\}}$$

2

**Textgleichungen (2 Aufgaben, 6 Punkte)****TG-1**

Zwei Zahlen haben die Summe 279. Die zweite ist um 81 grösser als die erste. Wie heissen die beiden Zahlen?

**3**Zahl 1:  $x$ Zahl 2:  $x + 81$ 

Gleichung:  $x + x + 81 = 279$  | TU

$$2x + 81 = 279 \quad | - 81$$

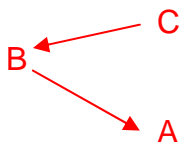
$$2x = 198 \quad | : 2$$

$$\underline{\underline{x = 99}}$$

Die erste Zahl ist 99, die zweite Zahl ist 180.

**TG-2**

Drei Arbeiter A, B und C verdienen zusammen für ihre Arbeit 540 Franken. B erhält doppelt so viel wie A, während C 30 Franken weniger als B bekommt. Wie viele Franken verdient jeder?

**3**

$$A = x$$

$$B = 2x$$

$$C = 2x - 30$$

Gleichung:  $x + 2x + 2x - 30 = 540$  | TU

$$5x - 30 = 540 \quad | + 30$$

$$5x = 570 \quad | : 5$$

$$\underline{\underline{x = 114}}$$

$$A = x$$

A erhält 114 Franken

$$B = 2x$$

B erhält 228 Franken

$$C = 2x - 30$$

C erhält 198 Franken

**Teiler und Vielfache (4 Aufgaben, 10 Punkte)****TV-1**

Bestimme den ggT von 340, 510 und 3468 mit der Primfaktorenzerlegung.

2

<u>340</u>	<u>510</u>	<u>3468</u>
2   170	2   255	2   1734
2   85	3   85	2   867
5   17	5   17	3   289
17   1	17   1	17   17
		17   1

$$\text{ggT}(340, 510, 3468) = 2 \cdot 17 = \underline{\underline{34}}$$

**TV-2**

Bestimme das kgV von 220, 150 und 198 mit der Primfaktorenzerlegung.

2

<u>220</u>	<u>150</u>	<u>198</u>
2   110	2   75	2   99
2   55	3   25	3   33
5   11	5   5	3   11
11   1	5   1	11   1

$$\text{kgV}(220, 150, 198) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11 = \underline{\underline{9900}}$$

**TV-3**

In einem neu zu bauenden Haus muss eine Treppe vom Keller zum Erdgeschoss eine Höhe von 2,40m überwinden und vom Erdgeschoss zum 1. Stock eine Höhe von 2,72m. Beide Treppen sollen gleich hohe und möglichst wenige Stufen haben. Berechne die Höhe der Stufen!

3

Gesucht ist der ggT beider Zahlen (umgerechnet in cm, damit es natürliche Zahlen sind).

$2,4\text{ m} = 240\text{ cm}$	$2,72\text{ m} = 272\text{ cm}$
2   120	2   136
2   60	2   68
2   30	2   34
2   15	2   17
3   5	17   1
5   1	

$$\text{ggT}(240, 272) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

**Die Höhe der Stufen muss 16cm betragen.**

**TV-4**

Zwei Velofahrer A und B fahren auf einer Rennbahn einen Rundkurs. Der schnellere Fahrer A fährt immer im gleichen Tempo und braucht für eine Runde 28s. Fahrer B fährt auch mit konstanter Geschwindigkeit und braucht 35s für eine Runde.

**3**

Beide Velofahrer fahren gleichzeitig und in der gleichen Richtung auf der Startlinie ab. Sie fahren solange auf der Rennbahn rundherum, bis sie wieder gleichzeitig über die Startlinie fahren.

**(2)**  
**(1)**

- a) Nach welcher Zeit geschieht dies?  
b) Wie viele volle Runden hat dann jeder zurückgelegt?

- a) Gesucht ist das kgV der beiden Rundenzeiten.

$$28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$$

$$35 = 5 \cdot 7$$

$$\text{kgV} (28, 35) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = \underline{140}$$

Die beiden Fahrer überqueren die Ziellinie also nach 140 Sekunden (2min 20s).

- b) Fahrer A legt in dieser Zeit 5 Runden zurück.  $(140 : 28 = 5)$   
Fahrer B legt in dieser Zeit 4 Runden zurück.  $(140 : 35 = 4)$



**Masseinheiten (8 Aufgaben, 8 Punkte)****ME-1**

Forme folgende Grössen in die angegebene Einheit um:

**je 1**

$14 \text{ cm}^2 =$	$0,0014 \text{ m}^2$
$0,072 \text{ dm}^3 =$	$0,072 \text{ l} = 7,2 \text{ cl}$
$1 \text{ h } 45 \text{ min } 21 \text{ sec} =$	$3600 + 60 \cdot 45 + 21 \text{ sec} = 6321 \text{ sec}$
$432 \text{ } \mu\text{m} =$	$0,432 \text{ mm} = 0,00432 \text{ dm}$
$1 \text{ hl } 24 \text{ dl} =$	$100 \text{ l} + 2,4 \text{ l} = 102,4 \text{ l} = 102'400 \text{ ml}$
$413 \text{ km}^2 =$	$413'000'000 \text{ m}^2$
$67 \text{ l} =$	$67 \text{ dm}^3 = 67'000 \text{ cm}^3$
$2 \text{ m}^3 17 \text{ cm}^3 =$	$2'000'000 \text{ mm}^3 + 17'000 \text{ mm}^3 = 2'017'000 \text{ mm}^3$

## Winkel (3 Aufgaben, 10 Punkte)

- Berechne jeweils die gesuchten Winkel.
- Erkläre jeweils, was du überlegt oder berechnet hast. Verwende dabei Fachbegriffe.
- Beispiel:  $\omega = 73^\circ$  (Scheitelwinkel von  $\pi$ )

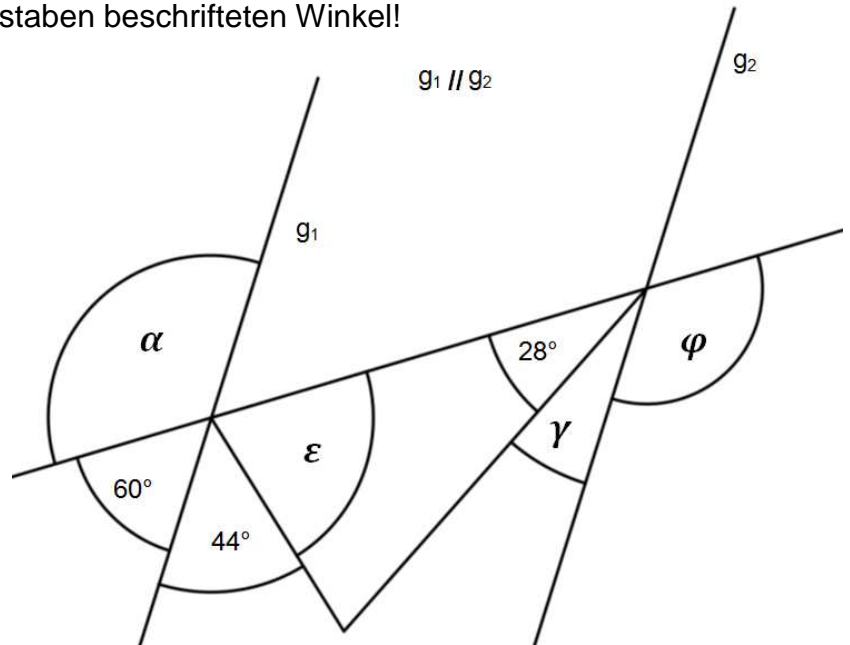
### W-1

Berechne die mit griechischen Buchstaben beschrifteten Winkel!

Beachte:  $g_1$  und  $g_2$  sind parallel!

4

$$\begin{aligned}\alpha &= 120^\circ \text{ (Nebenwinkel von } 60^\circ\text{)} \\ \varepsilon &= 76^\circ \text{ (} 180^\circ - 60^\circ - 44^\circ\text{)} \\ \varphi &= 120^\circ \text{ (Wechselwinkel von } \alpha\text{)} \\ \gamma &= 32^\circ \text{ (} 180^\circ - 120^\circ - 28^\circ\text{)}\end{aligned}$$



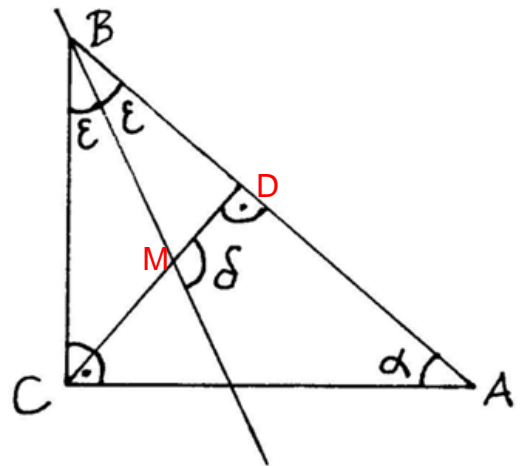
### W-2

Bekannt ist  $\alpha = 36^\circ$ .

Berechne die Grösse der Winkel  $\delta$  und  $\varepsilon$ !

$$\begin{aligned}2\varepsilon &= 54^\circ \text{ (Innenwinkelsatz } 180^\circ - 90^\circ - 36^\circ\text{)} \\ \varepsilon &= 27^\circ \\ \angle DCA &= 54^\circ \text{ (Innenwinkelsatz } 180^\circ - 90^\circ - 36^\circ\text{)} \\ \angle DCB &= 36^\circ \text{ (} 90^\circ - 54^\circ\text{)} \\ \angle BMC &= 117^\circ \text{ (Innenwinkelsatz } 180^\circ - 27^\circ - 36^\circ\text{)} \\ \delta &= 117^\circ \text{ (Scheitelwinkel zu } \angle BMC\text{)}\end{aligned}$$

3



**W-3**

Von den Winkeln in der nebenstehenden Figur ist bekannt, dass  $\gamma = 24^\circ$  gross ist. Wie gross sind dann die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\delta$  ?

$$2\beta + 24^\circ = 180^\circ \text{ (gestreckter Winkel)}$$

$$2\beta = 156^\circ$$

$$\beta = 78^\circ$$

**3**

Dreieck ABC ist gleichschenkelig.

$$\angle BCA = \alpha$$

$$\text{im Dreieck ABC gilt: } \alpha + \alpha + \beta + 24^\circ = 180^\circ$$

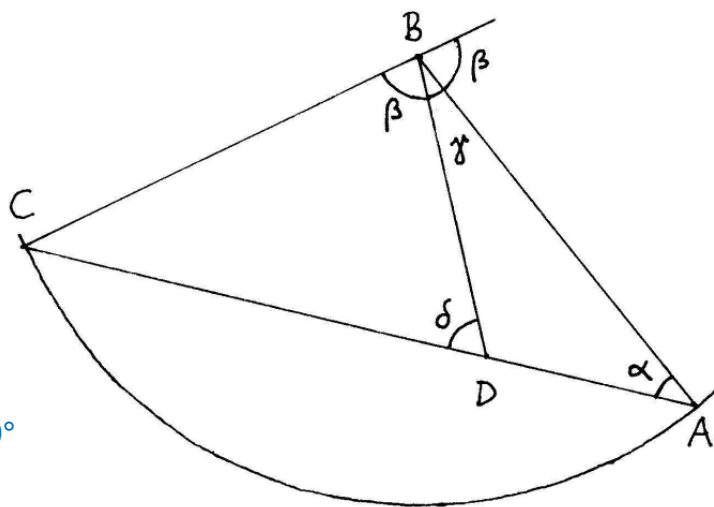
$$2\alpha + 78^\circ + 24^\circ = 180^\circ$$

$$2\alpha + 102^\circ = 180^\circ$$

$$2\alpha = 78^\circ$$

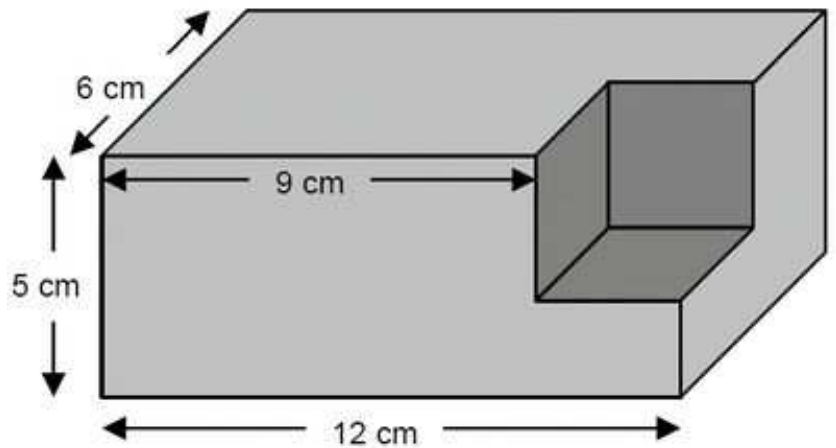
$$\alpha = 39^\circ$$

$$\delta = 63^\circ \text{ (Innenwinkelsatz im Dreieck BCD: } 180^\circ - 39^\circ - 78^\circ \text{)}$$



**Volumen und Oberfläche (2 Aufgaben, 8 Punkte)****VO-1**

Aus einem Quader wurde an einer Ecke ein Würfel herausgeschnitten. Berechne das Volumen und die Oberfläche des Restkörpers!



Die Kantenlänge des Würfels muss 3cm sein.

$$\text{Volumen}_{\text{Figur}} = V_{\text{Quader}} - V_{\text{Würfel}}$$

$$V_{\text{Figur}} = 12 \cdot 6 \cdot 5 - 3 \cdot 3 \cdot 3 = 360 - 27 = \underline{333\text{cm}^3}$$

Oberfläche der Figur (ohne Würfel) ist die selbe wie jene des ganzen Quaders (mit Würfel).

$$\text{Oberfläche} = 2 \cdot \text{vorne} + 2 \cdot \text{Seite} + 2 \cdot \text{oben}$$

$$S_{\text{Figur}} = 2 \cdot 12 \cdot 5 + 2 \cdot 6 \cdot 5 + 2 \cdot 12 \cdot 6 = 120 + 60 + 144 = \underline{324\text{cm}^2}$$

**VO-2**

Ein Quader mit den Seiten  $a = 3\text{cm}$ ,  $b = 4\text{cm}$  und  $c = ?\text{cm}$  hat eine Oberfläche von  $150\text{cm}^2$ . Wie gross ist die Seite  $c$  und wie gross ist das Volumen des Quaders?

$$\text{Oberfläche}_{\text{Quader}} = 2 \cdot \text{vorne} + 2 \cdot \text{Seite} + 2 \cdot \text{oben}$$

$$S = 2 \cdot 3 \cdot x + 2 \cdot 4 \cdot x + 2 \cdot 3 \cdot 4 = 150$$

$$S = 6x + 8x + 24 = 150$$

$$150 = 14x + 24$$

$$126 = 14x$$

$$x = \underline{9\text{cm}}$$

$$V_{\text{Quader}} = 3 \cdot 4 \cdot 9 = \underline{108\text{cm}^3}$$

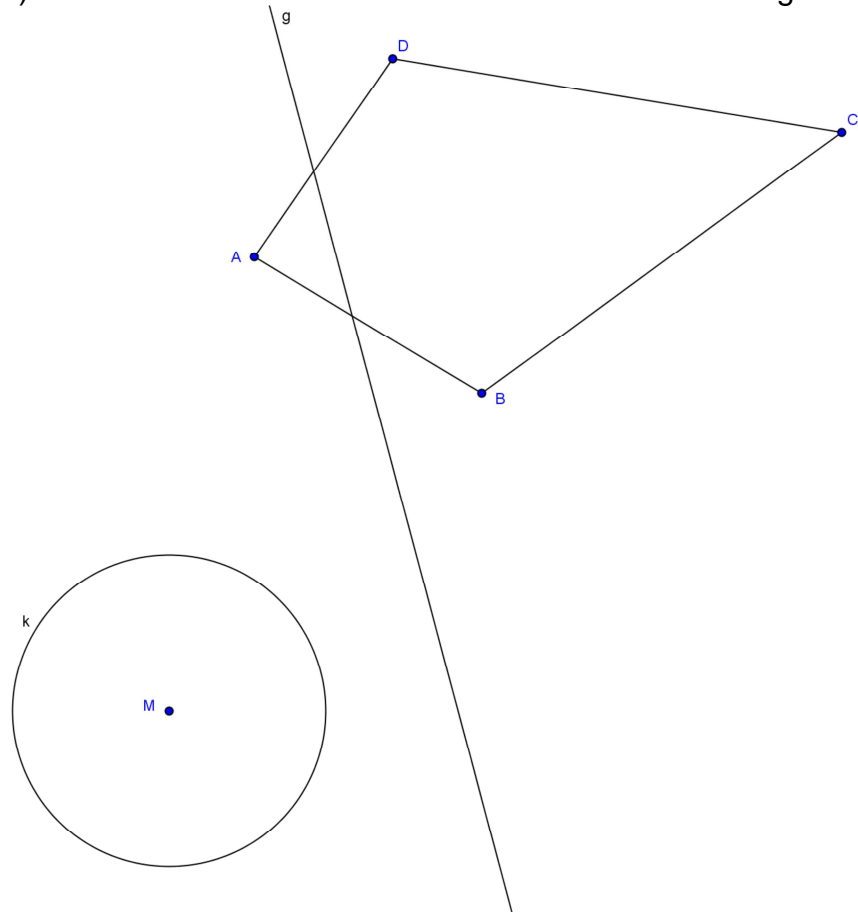
**Konstruktionen (3 Aufgaben, 9 Punkte)**

Bei allen Aufgaben muss präzis und sauber gearbeitet werden!!

**K-1**

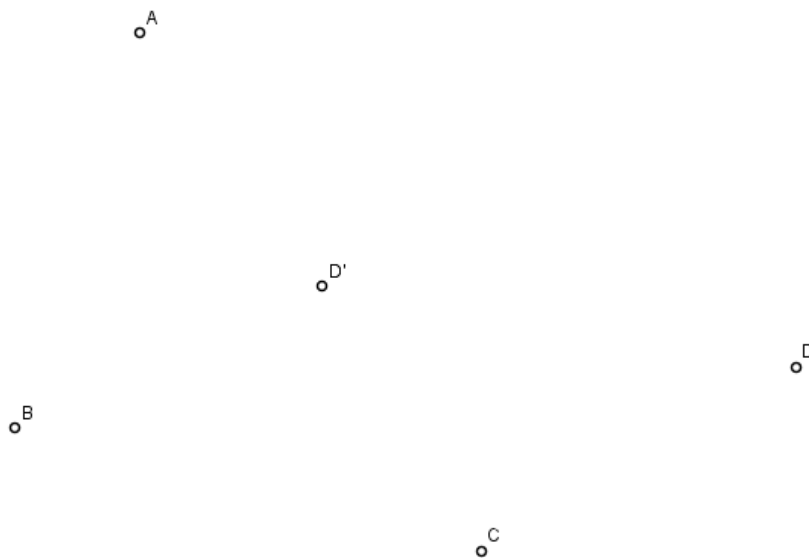
Spiegle (mit dem Zirkel!) das Viereck ABCD und den Kreis k an der Geraden g!

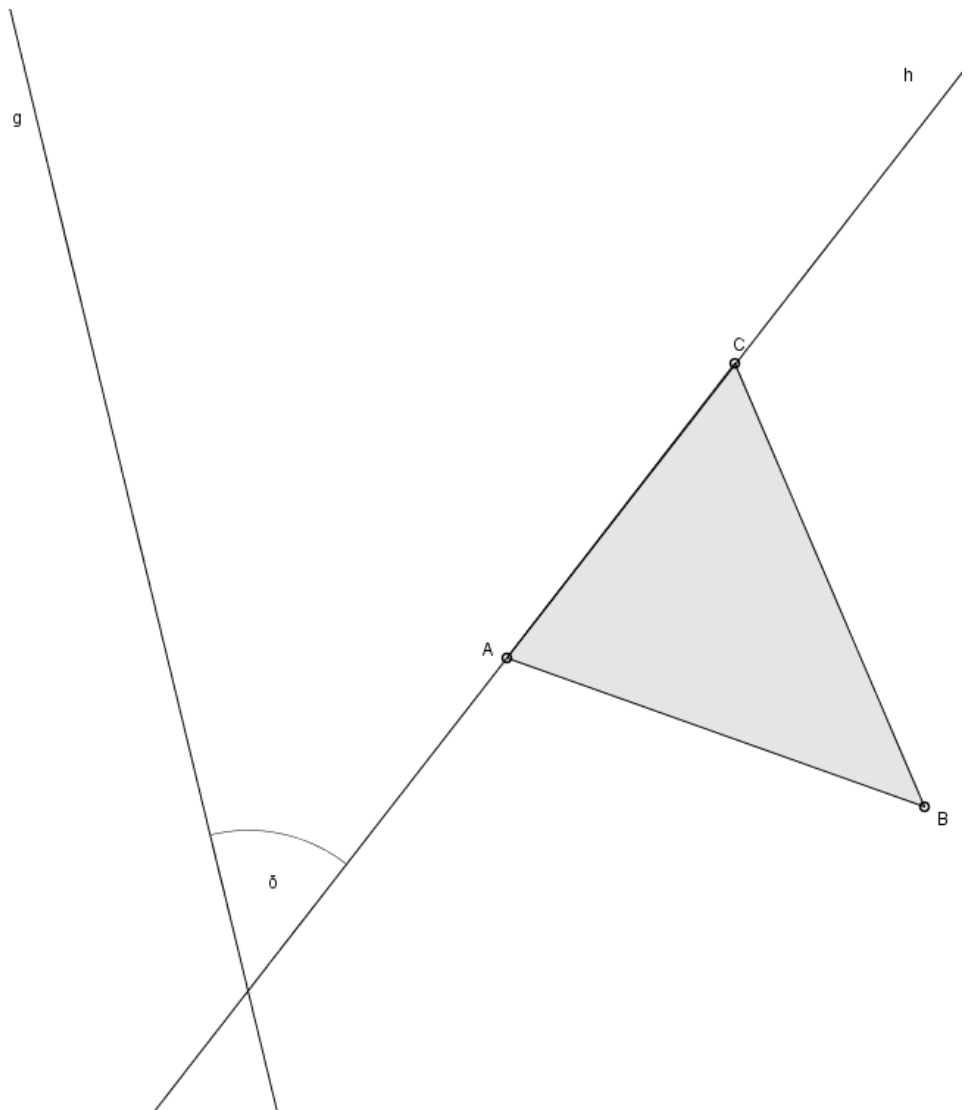
3

**K-2**

Ein Viereck ABCD wurde durch eine Punktspiegelung ins Viereck A'B'C'D' abgebildet. Vervollständige die Original- und die Bildfigur durch Konstruktion!

3



**K-3**Spiegle das Dreieck ABC an der Winkelhalbierenden des Winkels  $\delta$ .**3**

Hast du deine Prüfung auf der Vorderseite vollständig angeschrieben?