

KLASSE:

NAME:

VORNAME:

Mögliche Punktzahl: 55

50 Pte. = Note 6

Erreichte Punktzahl:

Note:

SEMESTERPRÜFUNG MATHEMATIK

LÖSUNGEN

1. Klassen KSR

Montag, 27. Mai 2013

13:10 - 14:40 Uhr

Allgemeines

- Diese Prüfung besteht aus 11 Seiten inklusive Titelblatt.
- Schreibe deine Prüfung auf diesem Titelblatt sofort vollständig an, danke.
- Bitte trenne die Prüfungsblätter nicht voneinander.
- Zum Lösen dieser Prüfung hast du genau 90 Minuten Zeit.
- Der Taschenrechner darf **NICHT** benutzt werden.
- Du musst mit Tinte oder feinen Filzstiften schreiben. Geometrische Konstruktionen hingegen sollst du mit Bleistift anfertigen.
- Bei den Aufgaben soll der Lösungsweg klar ersichtlich sein. Schreibe alle Lösungsschritte und die doppelt unterstrichenen Resultate direkt auf die Aufgabenblätter in den leeren Raum unterhalb der Aufgaben! Bitte sauber schreiben, danke.
- Bei Platzmangel, oder wenn du wegen eines Fehlers neu beginnen musst, schreibe bitte auf der Rückseite des gleichen Blattes weiter und bezeichne die Aufgabe präzise.

Wir wünschen dir viel Erfolg!



Termumformungen (5 Aufgaben, 12 Punkte)**TU-1**

$$2a \cdot 3b - 7 \cdot 2cd + 9c \cdot d - 5ab =$$

2

$$6ab - 14cd + 9cd - 5ab =$$

$$\underline{\underline{ab - 5cd}}$$

TU-2

$$-(x - 5) - [-2x - (3 - 7x)] =$$

2

$$-x + 5 - [-2x - 3 + 7x] =$$

$$-x + 5 + 2x + 3 - 7x =$$

$$\underline{\underline{-6x + 8}}$$

3

TU-3

$$(2x + 1)^2 - (x + 1)(3x - 1) =$$

$$(2x + 1)(2x + 1) - [3x^2 - x + 3x - 1] =$$

$$4x^2 + 2x + 2x + 1 - 3x^2 + x - 3x + 1 =$$

$$\underline{\underline{x^2 + 2x + 2}}$$

TU-4

$$2u^4 - (u^2)^3 - (2u)^4 + (-u)^6 =$$

3

$$2u^4 - u^6 - 16u^4 + u^6 =$$

$$\underline{\underline{-14u^4}}$$

TU-5

$$(15a^7b^3c) : (3ab) =$$

2

$$\underline{\underline{5a^6b^2c}}$$

Gleichungen und Ungleichungen (4 Aufgaben, 10 Punkte)Löse die Gleichungen nach x auf und gib die Lösungsmenge an: **G = Z****GL-1**

$$15x + 5 = 41 - 3x \quad | + 3x$$

$$18x + 5 = 41 \quad | - 5$$

$$18x = 36 \quad | : 18$$

$$\underline{\underline{x = 2}}$$

$$\underline{\underline{L = \{2\}}}$$

2

GL-2

$$9(x + 4) - 2(3x + 2) + 46 = -6(2x - 3) \quad | TU$$

$$9x + 36 - 6x - 4 + 46 = -12x + 18 \quad | TU$$

$$3x + 78 = -12x + 18 \quad | + 12x$$

$$15x + 78 = 18 \quad | - 78$$

$$15x = -60 \quad | : 15$$

$$\underline{\underline{x = -4}}$$

$$\underline{\underline{L = \{-4\}}}$$

3

GL-3

$$3x(5 + 8x) = 30(x^2 + 3) - 2x(3x - 3) \quad | TU$$

$$15x + 24x^2 = 30x^2 + 90 - 6x^2 + 6x \quad | TU$$

$$15x + 24x^2 = 24x^2 + 6x + 90 \quad | - 24x^2$$

$$15x = 6x + 90 \quad | - 6x$$

$$9x = 90 \quad | : 9$$

$$\underline{\underline{x = 10}}$$

$$\underline{\underline{L = \{10\}}}$$

3

Löse die Ungleichung nach x auf und gib die Lösungsmenge in aufzählender Form an: **G = Z****GL-4**

$$12x + (7 - 9x) \geq 28 \quad | TU$$

$$12x + 7 - 9x \geq 28 \quad | TU$$

$$3x + 7 \geq 28 \quad | - 7$$

$$3x \geq 21 \quad | : 3$$

$$\underline{\underline{x \geq 7}}$$

$$\underline{\underline{L = \{7, 8, 9, \dots\}}}$$

2

Textgleichungen (2 Aufgaben, 6 Punkte)

Beide Aufgaben müssen mit einer Gleichung gelöst werden!

TG-1**3**

Verkleinert man eine Zahl um 6 und multipliziert diese Differenz mit 3, so erhält man das Doppelte der um 6 vergrößerten Zahl. Berechne diese Zahl!

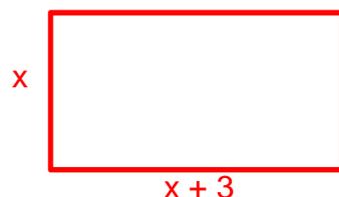
$x =$ gesuchte Zahl

$$\begin{array}{rcl} (x - 6) \cdot 3 = 2 \cdot (x + 6) & | & \text{TU} \\ 3x - 18 = 2x + 12 & | & - 2x \\ x - 18 = 12 & | & + 18 \\ \underline{x = 30} & & \end{array}$$

Die gesuchte Zahl ist 30.

TG-2**3**

In einem Rechteck mit dem Umfang $U = 22\text{cm}$ ist die eine Seite 3cm länger als die andere. Wie lang sind die Seiten?



$x =$ kürzere Seite des Rechtecks

$$\begin{array}{rcl} \text{Gleichung: } 2(x + x + 3) = 22 & | & \text{TU} \\ 2(2x + 3) = 22 & | & \text{TU} \\ 4x + 6 = 22 & | & - 6 \\ 4x = 16 & | & : 4 \\ \underline{x = 4} & & \end{array}$$

Die kürzere Seite des Rechtecks ist 4cm lang, die längere ist 7cm lang.

Teiler und Vielfache (4 Aufgaben, 9 Punkte)

TV-1

Bestimme den ggT von 2100 und 3960 mit der Primfaktorenzerlegung.

2

2100	
2	1050
2	525
3	175
5	35
5	7
7	1

3960	
2	1980
2	990
2	495
3	165
3	55
5	11
11	1

$\text{ggT}(2100; 3960) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = \underline{\underline{60}}$

TV-2

Bestimme das kgV von 30, 42 und 56 mit der Primfaktorenzerlegung.

2

30	
2	15
3	5
5	1

50	
2	25
5	5
5	1

56	
2	28
2	14
2	7
7	1

$\text{kgV}(30, 50, 56) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = \underline{\underline{4200}}$

TV-3

Für welche natürliche Zahlen $x < 45$ stimmt Folgendes: $\text{ggT}(x, 30) = 6$

x muss in der Sechserreihe (von 6 bis und mit 42) liegen, wobei aber die Zahl 30 selber nicht zählt, weil ja der ggT von 30 und 30 auch wieder 30 wäre.

2

Deshalb gilt: $L = \{ 6, 12, 18, 24, 36, 42 \}$

Man kann es auch mit den Primfaktoren erklären. x muss mindestens die gleichen PF wie der ggT enthalten, also die Zahlen 2 und 3, darf aber keine weiteren Primfaktoren von 30 aufweisen, also 5 nicht. Für alle Zahlen < 45 ergibt das dann die Möglichkeiten rechts unten.

30	
2	15
3	5
5	1

x	
2	
3	
...	

6	
2	3
3	1

(PF 5 ist verboten)

$2 \cdot 3 = 6$
$2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$
$2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$
$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 24$
$2 \cdot 3 \cdot 5$ verboten
$2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$
$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 36$

TV-4

3

Der kleine Kevin ist allein zuhause. Er spielt gern mit seinen Spielzeugautos auf dem Stubenboden und will nun eine schnurgerade Autobahn bauen. Im Büro seines Vaters entdeckt er mehrere Schachteln mit Bleistiften verschiedener Länge. Es hat Bleistifte, die 18cm lang sind, solche die 14cm lang sind und eine dritte Sorte, die nur 10cm lang ist. Mit den langen Bleistiften macht er den linken Strassenrand, mit den 14cm langen den rechten Strassenrand und mit den kurzen errichtet er den Mittelstreifen der Autobahn. Er beginnt bei einer Wand und baut die Autobahn durch die ganze Stube hindurch, wobei er zwischen den einzelnen Bleistiften keinen Platz offen lässt.

- (2) a) Nach welcher Länge sind die Bleistiftspitzen wieder bündig?
 (1) b) Wie viele Bleistifte benötigt er insgesamt bis dorthin?

a)

$$\begin{array}{r|l} 18 & \\ \hline 2 & 9 \\ 3 & 3 \\ 3 & 1 \end{array} \quad
 \begin{array}{r|l} 14 & \\ \hline 2 & 7 \\ 7 & 1 \end{array} \quad
 \begin{array}{r|l} 10 & \\ \hline 2 & 5 \\ 5 & 1 \end{array}$$

$$\text{kgV} = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = \underline{\underline{630}}$$

Die Bleistiftspitzen sind nach 630cm wieder bündig.

b)

$$\text{links : } 630 \text{ cm} : 18 \text{ cm} = 35 \text{ Stück}$$

$$\text{Mitte : } 630 \text{ cm} : 10 \text{ cm} = 63 \text{ Stück}$$

$$\text{rechts : } 630 \text{ cm} : 14 \text{ cm} = 45 \text{ Stück}$$

Total

$$\underline{\underline{143 \text{ Stück}}}$$

Er benötigt insgesamt 143 Bleistifte

Masseinheiten (8 Aufgaben, 4 Punkte)**ME-1**

Forme folgende Grössen in die angegebene Einheit um:

je ½

1000 m ² =	10 a
1200 cm ³ =	= 1,2 dm ³ = 1,2 l
5700 cm =	0,057 km
1h 20 min 6 s =	4806 s
3450000 mm ² =	345 dm ²
2 hl 24 l =	2'240 dl
8888 μm =	0,8888 cm
1250 m ³ =	1'250'000'000'000 mm ³

Winkel (2 Aufgaben, 6 Punkte)

- Berechne jeweils die mit griechischen Buchstaben angegebenen Winkel.
- Der Rechnungsweg muss nachvollziehbar sein!

W-1

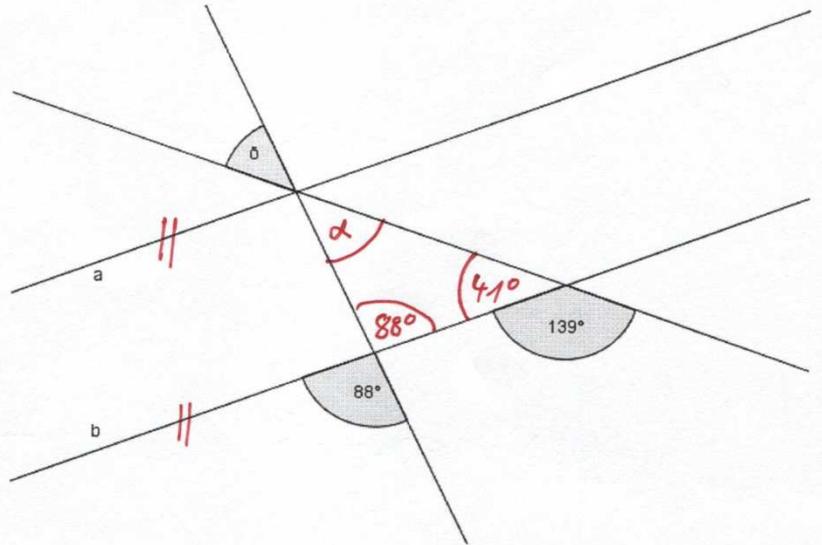
Gegeben: $a \parallel b$

$$41^\circ \text{ (Neben } \sphericalangle)$$

$$88^\circ \text{ (Scheitel } \sphericalangle)$$

$$\alpha = 180^\circ - 41^\circ - 88^\circ = 51^\circ$$

$$\underline{\underline{\delta = \alpha = 51^\circ \text{ (Scheitel } \sphericalangle)}}$$



W-2

$$\underline{\underline{\delta = 66^\circ}} \text{ (} 360^\circ - 294^\circ)$$

$\triangle ABC$ ist gleichschenkelig!

$\Rightarrow \alpha = \text{Basis } \sphericalangle$

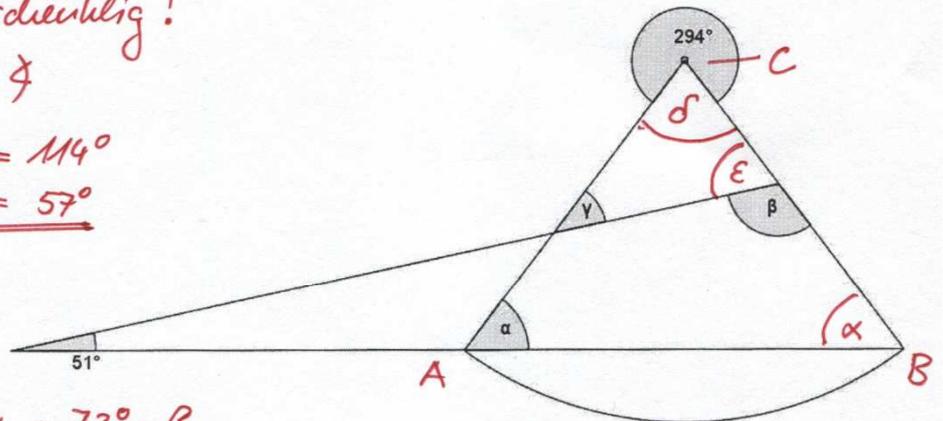
$$180^\circ - \delta = 2\alpha = 114^\circ$$

$$\underline{\underline{\alpha = 57^\circ}}$$

$$\beta = 180^\circ - 51^\circ - \alpha = \underline{\underline{72^\circ = \beta}}$$

$$\epsilon = 180 - \beta \text{ (Neben } \sphericalangle) \Rightarrow \underline{\underline{\epsilon = 108^\circ}}$$

$$\gamma = 180^\circ - \delta - \epsilon = 180^\circ - 66^\circ - 108^\circ = \underline{\underline{6^\circ = \gamma}}$$



3

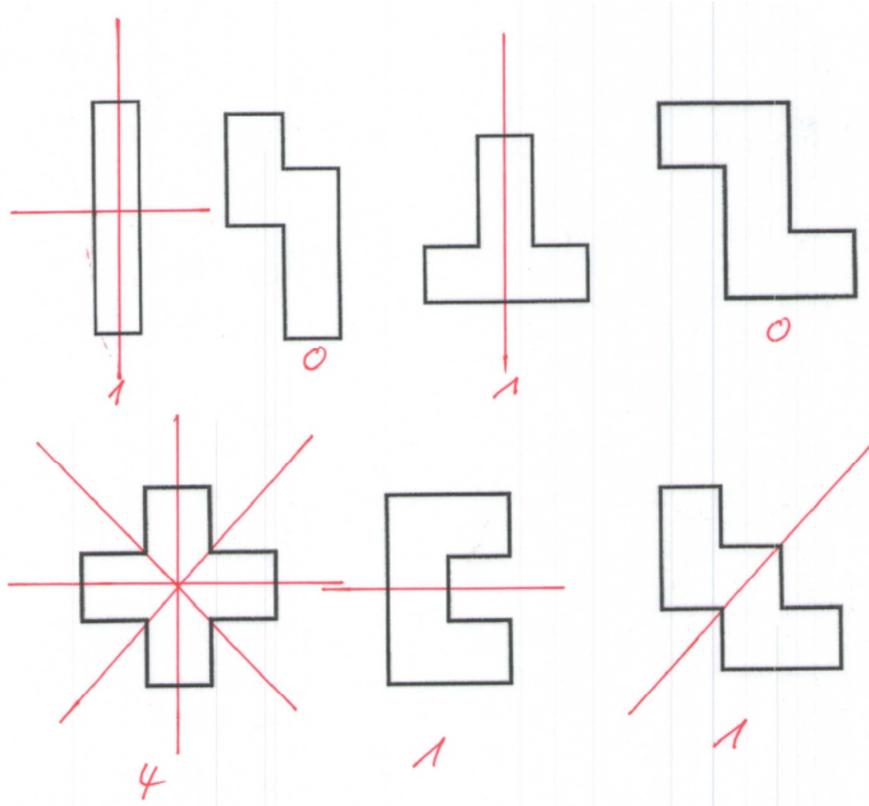
3

Geometrische Abbildungen (3 Aufgaben, 8 Punkte)

GA-1

Unten sind Pentominos dargestellt. Dies sind Figuren, die jeweils aus fünf gleich grossen Quadraten zusammengesetzt sind.
Zeichne bei allen Pentominos alle möglichen Symmetrieachsen ein.

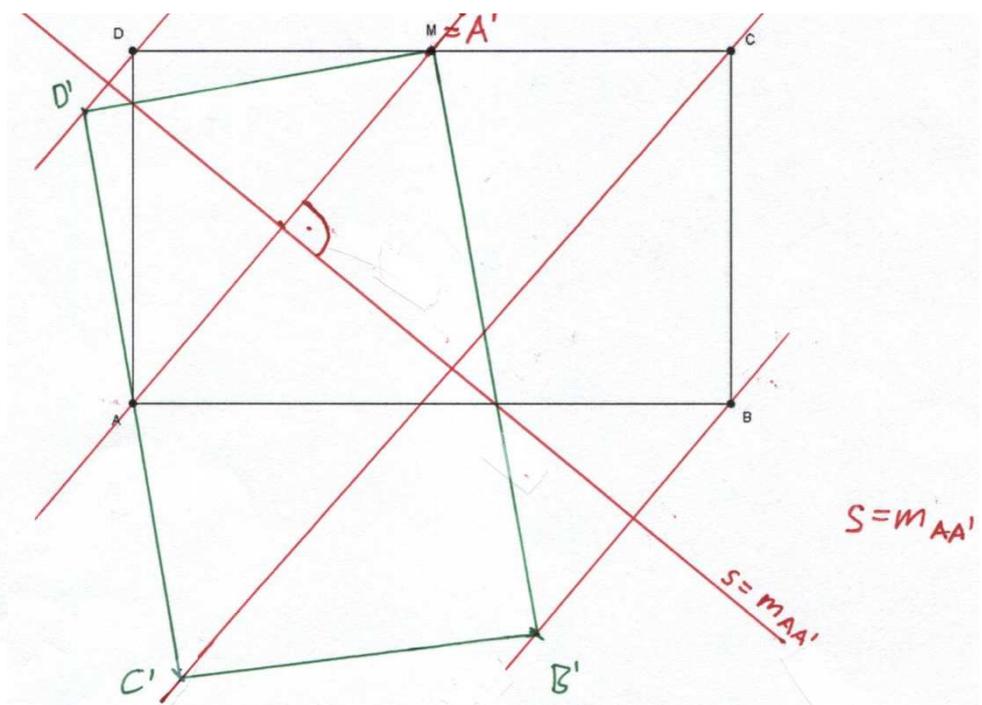
2



GA-2

Konstruiere die Symmetrieachse s und das Spiegelbild $A'B'C'D'$ des Rechtecks $ABCD$.
Es gilt: $A' = M$!

3



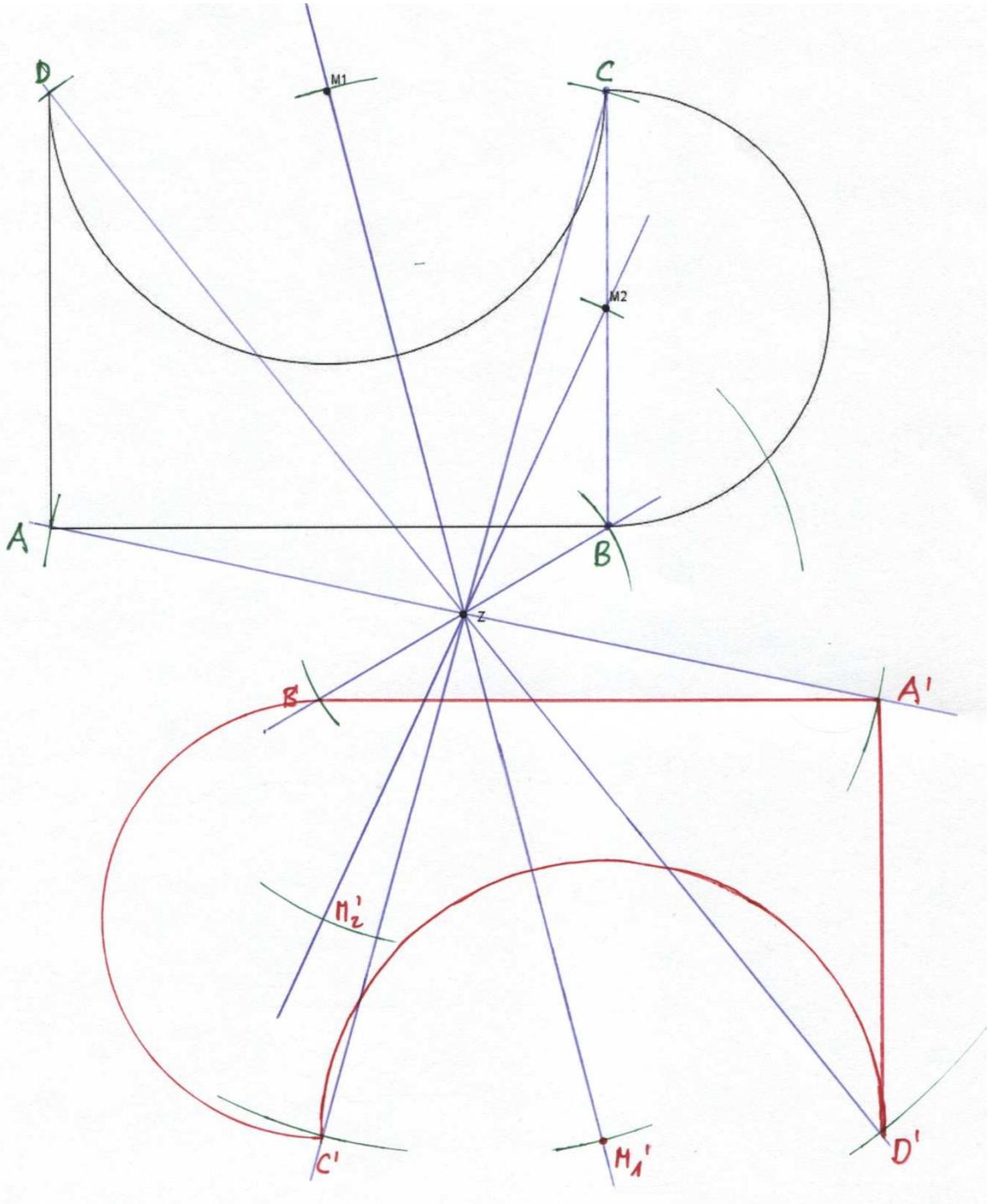
Lösung ohne Konstruktion gemacht!
(mit Geo- Δ)

$S = m_{AA'}$
 $S = m_{AA'}$

M_1 und M_2 sind die Mittelpunkte der beiden Halbkreise.

Spiegle die Figur am Punkt Z.

3



Hast du deine Prüfung auf der Vorderseite vollständig angeschrieben?