

Lösungen Jahresprüfung Mathematik 2. Klassen KSR 2015

A. Terme

A1: Termumformungen

$$\begin{aligned} \text{a) } & x - 2 [7 - 5x - 3(2x - 1)] \\ & = x - 2 [7 - 5x - 6x + 3] \\ & = x - 14 + 10x + 12x - 6 \\ & = 23x - 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & -3(-12ac)(-5a)ac(-a)(-1)^3 \\ & = -3 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 1 \cdot ac \cdot a \cdot ac \cdot a \\ & = -180a^4c^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & T(x) = -x^2(2 - 3x) \\ & T(-2) = -(-2)^2(2 - 3(-2)) = -4(2 + 6) = -4 \cdot 8 = -32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & (3x + 2y)(3x - 2y) - (2x - 3y)^2 \\ & = 9x^2 - 4y^2 - (4x^2 - 12xy + 9y^2) \\ & = 9x^2 - 4y^2 - 4x^2 + 12xy - 9y^2 \\ & = 5x^2 + 12xy - 13y^2 \end{aligned}$$

A2: Faktorisieren

$$\text{a) } x^2 - x - 30 = (x + 5)(x - 6)$$

$$\text{b) } 48x^2z + 120xyz + 75y^2z = 3z(16x^2 + 40xy + 25y^2) = 3z(4x + 5y)^2$$

$$\text{c) } 6a - 9 - 2ax + 3x = 3(2a - 3) - x(2a - 3) = (2a - 3)(3 - x)$$

A3: Quadratwurzel

$$\text{a) } (2\sqrt{x})^4 = 2^4 \cdot (\sqrt{x})^4 = 16x^2$$

$$\text{b) } \sqrt{\frac{32u^9v}{3w}} : \sqrt{\frac{8u^5v^7}{75w^3}} = \sqrt{\frac{32u^9v}{3w} \cdot \frac{75w^3}{8u^5v^7}} = \sqrt{\frac{100u^4w^2}{v^6}} = \frac{10u^2w}{v^3}$$

$$c) \sqrt{\frac{z}{2}} \left(\sqrt{\frac{32}{z}} - \sqrt{\frac{z}{8}} \right) = \sqrt{\frac{32z}{2z}} - \sqrt{\frac{z^2}{16}} = \sqrt{16} - \sqrt{\frac{z^2}{16}} = 4 - \frac{z}{4}$$

B. Gleichungen und Ungleichungen

B1: Gleichungen

$$\begin{aligned} a) (3x - 5)(x + 4) &= 3(x + 2)^2 + 8 && | \text{ TU} \\ 3x^2 + 12x - 5x - 20 &= 3(x^2 + 4x + 4) + 8 && | \text{ TU} \\ 3x^2 + 7x - 20 &= 3x^2 + 12x + 12 + 8 && | \text{ TU} \\ 3x^2 + 7x - 20 &= 3x^2 + 12x + 20 && | -3x^2 - 7x - 20 \\ -40 &= 5x && | :5 \\ -8 &= x \\ L &= \{-8\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) x - 3 - \frac{x-2}{2} + \frac{2(x+3)}{6} &= 0 && | \cdot 6 \\ 6x - 18 - 3(x-2) + 2(x+3) &= 0 && | \text{ TU} \\ 6x - 18 - 3x + 6 + 2x + 6 &= 0 && | \text{ TU} \\ 5x - 6 &= 0 && | +6 \\ 5x &= 6 && | :5 \\ x &= \frac{6}{5} \\ L &= \left\{ \frac{6}{5} \right\} \end{aligned}$$

B2: Ungleichung

$$\begin{aligned} 1 - \frac{x}{2} &> 1 - \frac{x}{3} && | -1 \\ -\frac{x}{2} &> -\frac{x}{3} && | \cdot 6 \\ -3x &> -2x && | +3x \\ 0 &> x \\ L &=]-\infty; 0[\end{aligned}$$

B3: Textaufgaben

a) x : Anzahl Erwachsene $\Rightarrow 50 - x$: Anzahl Jugendliche

$$x \cdot 32 + (50 - x) \cdot 21 = 1303 \quad | \text{ TU}$$

$$32x + 1050 - 21x = 1303 \quad | -1050$$

$$11x = 253 \quad | :11$$

$$x = 23$$

Es sind 23 Erwachsene und 27 Jugendliche dabei.

b) x : Alter des Sohns heute

	heute	vor 10 Jahren
Mutter	$90 - x$	$90 - x - 10 = 80 - x$
Sohn	x	$x - 10$

$$80 - x = 2(x - 10) - 2 \quad | \text{ TU}$$

$$80 - x = 2x - 20 - 2 \quad | \text{ TU}$$

$$80 - x = 2x - 22 \quad | +22 + x$$

$$102 = 3x \quad | :3$$

$$34 = x$$

Der Sohn ist heute 34 Jahre alt, die Mutter 56 Jahre.

C. Geometrie**C1: Kurzaufgaben**

a) $m = \frac{a+c}{2} \Rightarrow c = 2m - a = 69 \text{ cm}$

b) $c = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ cm}$

$$2A = ch_c = ab \Rightarrow h_c = \frac{ab}{c} = 12 \text{ cm}$$

C2: Drachenviereck

$$y = \sqrt{(10x)^2 - (6x)^2} = \sqrt{100x^2 - 36x^2} = \sqrt{64x^2} = 8x$$

$$\sqrt{(8x)^2 + (15x)^2} = 119 \quad | \text{ TU}$$

$$\sqrt{64x^2 + 225x^2} = 119 \quad | \text{ TU}$$

$$\sqrt{289x^2} = 119 \quad | \text{ TU}$$

$$17x = 119 \quad | :17$$

$$x = 7 \Rightarrow e = 21x = 147 \text{ mm}, f = 16x = 112 \text{ mm}$$

C3: Rechtwinklige Dreiecke

$$\text{a) } \frac{a}{4} = 3 \text{ cm}; \frac{b}{3} = 2 \text{ cm}$$

$$u = \sqrt{12^2 + 2^2} + \sqrt{9^2 + 4^2} + \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{148} + \sqrt{97} + \sqrt{45} \approx 28.72 \text{ cm}$$

$$A = 12 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 72 - 12 - 18 - 9 = 33 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } A = a \cdot b - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{1}{3} b - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} a \cdot \frac{2}{3} b - \frac{1}{2} \cdot b \cdot \frac{1}{4} a = ab - \frac{1}{6} ab - \frac{1}{4} ab - \frac{1}{8} ab$$

$$A = \frac{24ab - 4ab - 6ab - 3ab}{24} = \frac{11}{24} ab$$

C4: Zusammengesetzte Fläche

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = \frac{24^2}{2}$$

$$A_1 + 3A_1 + 2A_1 + 2A_1 = 288$$

$$8A_1 = 288$$

$$\Rightarrow A_1 = 36, A_2 = 108, A_3 = A_4 = 72$$

$$A_4 = 72 = \frac{s^2}{2} \Rightarrow s = 12$$

$$\Rightarrow h = 24 - 12 = 12$$

$$y \cdot 12 = 36 \Rightarrow y = 3$$

$$z \cdot 12 = 72 \Rightarrow z = 6$$

$$x = 24 - 3 - 6 = 15 \text{ cm}$$

