

Name:

Vorname:

Klasse:

Erreichte Punktezahl:

/67

Note:

(Maximale Punktezahl: 67)

Semesterprüfung Mathematik

2. Klasse KSR

2009

Dienstag, 2. Juni 2009

13.10-14.40

Das **GROSSGEDRUCKTE**: *Unbedingt zuerst durchlesen!*

- ☞ Prüfung *auf jeder Seite zuoberst* sofort anschreiben!
- ☞ Du hast genau 90 Minuten Zeit!
- ☞ Du musst mit Tinte oder feinen Filzstiften schreiben!
- ☞ Du schreibst den Lösungsweg und die Lösungen direkt aufs Aufgabenblatt in den leeren Raum unterhalb der Aufgaben!
Bitte sauber schreiben!
- ☞ Bei Platzmangel, oder wenn du wegen eines Fehlers neu beginnen musst, schreibst du auf der Rückseite des gleichen Blattes weiter.
Aufgabe genau bezeichnen!
- ☞ Endresultate sind zu kürzen!
- ☞ Resultate doppelt mit Lineal unterstreichen!

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Name:

Vorname:

Klasse:

Termumformungen

/10

Vereinfache folgende Terme so weit wie möglich

Tu1. $7m - 5n - [5m - (3m - n) - (2m + n) - 5n] =$ /2

$$\begin{aligned} & 7m - 5n - [5m - 3m + n - 2m - n - 5n] = \\ & \underline{7m} - \underline{5n} - \underline{5m} + \underline{3m} - \underline{n} + \underline{2m} + \underline{n} + \underline{5n} = \underline{\underline{12m}} \end{aligned}$$

Tu2. $(3uv - 2v^2)^2 =$ $9u^2v^2 - 12uv^3 + 4v^4$ /2

Tu3. $x^2 - 3y^2 - (1 - 2)(y^2 - x^2) - (x + 2)^2 + 3x =$ /3

$$\begin{aligned} & x^2 - 3y^2 - [-1(y^2 - x^2)] - [x^2 + 4x + 4] + 3x = \\ & \underline{x^2} - \underline{3y^2} + \underline{y^2} - \underline{x^2} - \underline{x^2} - \underline{4x} - \underline{4} + \underline{3x} = \underline{\underline{-x^2 - x - 2y^2 - 4}} \end{aligned}$$

Tu4. $\frac{(-\frac{2}{3}a)^2 (-\frac{1}{2}b)^3}{(\frac{2}{9}a)^2} : \left(-\frac{ab}{2}\right)^2 = \frac{\frac{4a^2}{9} \cdot \left(-\frac{b^3}{8}\right)}{4a^2} : \frac{a^2b^2}{4} =$ /3

$$= \frac{\cancel{4}a^{\cancel{2}} \cdot \overset{b}{\cancel{8}} \cdot \overset{9}{\cancel{81}}}{\cancel{9} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{4}a^{\cancel{2}}} \cdot \frac{\cancel{4}}{a^{\cancel{2}}b^{\cancel{2}}} = \frac{-9b}{2a^2} = \underline{\underline{-\frac{9b}{2a^2}}}$$

Name:

Vorname:

Klasse:

Wurzelterme

/10

Vereinfache folgende Wurzelterme so weit wie möglich. In den Resultaten dürfen *keine* Dezimalbrüche vorkommen!

$$\begin{aligned} \text{W1. } \sqrt{\frac{25x^5}{32y}} : \sqrt{\frac{16x}{8y^5}} &= \sqrt{\frac{25x^5}{32y} : \frac{16x}{8y^5}} = \sqrt{\frac{25x^5}{32y} \cdot \frac{8y^5}{16x}} = \\ &= \sqrt{\frac{25x^4y^4}{64}} = \underline{\underline{\frac{5x^2y^2}{8}}} \end{aligned} \quad /2$$

$$\text{W2. } (\sqrt{3x^2y^5z})^6 = (3x^2y^5z)^3 = \underline{\underline{27x^6y^{15}z^3}} \quad /2$$

$$\begin{aligned} \text{W3. } (2 + 3\sqrt{2})(2 - 3\sqrt{2}) &= 4 - \underbrace{9 \cdot 2} = 4 - 18 = \underline{\underline{-14}} \\ &\text{3. Bin. F. !} \\ (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2 \end{aligned} \quad /2$$

W4. Das Resultat ist als ein *einzig*er Bruch zu schreiben. Im Nenner dürfen keine Wurzeln vorkommen.

$$\begin{aligned} \frac{5}{\sqrt{8}} + \frac{7}{\sqrt{6}} - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} &= \frac{5\sqrt{8}}{\sqrt{8}\sqrt{8}} + \frac{7\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} - \frac{3\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{8}}{8} + \frac{7\sqrt{6}}{6} - \frac{3\sqrt{6}}{9} \\ &= \frac{45\sqrt{4 \cdot 2}}{72} + \frac{84 \cdot \sqrt{6}}{72} - \frac{24 \cdot \sqrt{6}}{72} = \frac{90\sqrt{2} + 60\sqrt{6}}{72} = \underline{\underline{\frac{15\sqrt{2} + 10\sqrt{6}}{12}}} \end{aligned} \quad /2$$

$$\begin{aligned} \text{W5. } \sqrt{3}(\sqrt{20} + \sqrt{27} + 2\sqrt{500}) &= \sqrt{60} + \sqrt{81} + 2\sqrt{1500} = \\ &= \sqrt{4 \cdot 15} + 9 + 2 \cdot \sqrt{100 \cdot 15} = 2\sqrt{15} + 9 + 20 \cdot \sqrt{15} \\ &= \underline{\underline{9 + 22\sqrt{15}}} \end{aligned} \quad /2$$

Name:

Vorname:

Klasse:

Faktorisieren

/10

Zerlege folgende Terme so weit wie möglich in Faktoren

Fa1. $15m^3n - 35m^2n - 5mn = \underline{\underline{5mn(3m^2 - 7m - 1)}}$ /2

Fa2. $8p(2p - 5) - (2p + 5)(2p - 5) = (2p - 5)[8p - (2p + 5)] =$ /2
 $= (2p - 5)[8p - 2p - 5] =$
 $= \underline{\underline{(2p - 5)(6p - 5)}}$

Fa3. $7u^2 - 42uv + 63v^2 = 7(u^2 - 6uv + 9v^2)$ /2
 $= \underline{\underline{7(u - 3v)^2}}$

Fa4. $r^2 + 2r - 24 = \underline{\underline{(r + 6)(r - 4)}}$ /2

Fa5. $x^3 + x^2 - x - 1 = \underbrace{x^2(x+1)}_{(1)} - \underbrace{(x+1)}_{(2)} = (x+1)(x^2 - 1) =$ /2
 $= \underline{\underline{(x+1)(x+1)(x-1)}} = \underline{\underline{(x+1)^2(x-1)}}$

Name:

Vorname:

Klasse:

Gleichungen, Ungleichungen, Textaufgaben

/15

Löse folgende Gleichungen nach x auf.

G1. $5(x-7) - 3(x+1) = x$ /2

$$\begin{array}{l} 5x - 35 - 3x - 3 = x \quad | \text{ TU} \\ 2x - 38 = x \quad | -x \\ x - 38 = 0 \quad | +38 \\ \underline{\underline{x = 38}} \end{array}$$

G2. $3x + \frac{3}{4} = 7x - \frac{1}{3}$ /2

$$\begin{array}{l} 36x + 9 = 84x - 4 \quad | -36x \\ 9 = 48x - 4 \quad | +4 \\ 13 = 48x \quad | :48 \\ \frac{13}{48} = x \quad \underline{\underline{x = \frac{13}{48}}} \end{array}$$

G3. $\frac{3}{2} \left(\frac{1}{3}x - 4 \right) - \frac{5x-3}{4} = 0$ /2

$$\begin{array}{l} 6 \left(\frac{1}{3}x - 4 \right) - 5x + 3 = 0 \quad | \text{ TU} \\ 2x - 24 - 5x + 3 = 0 \quad | \text{ TU} \\ -3x - 21 = 0 \quad | +21 \\ -3x = 21 \quad | :(-3) \\ \underline{\underline{x = -7}} \end{array}$$

G4. Bestimme die Lösungsmenge folgender Ungleichung. Zeichne die Lösungsmenge auf einer Zahlengeraden ein. (Grundmenge: $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$) /2

$$\frac{7x+5}{3} - x \leq 7 \quad | \cdot 3$$

$$\begin{array}{l} 7x + 5 - 3x \leq 21 \quad | \text{ TU} \\ 4x + 5 \leq 21 \quad | -5 \\ 4x \leq 16 \quad | :4 \\ \underline{\underline{x \leq 4}} \end{array}$$

$$\underline{\underline{L = \{x \mid x \in \mathbb{Q}, x \leq 4\}}}$$



Name:

Vorname:

Klasse:

Die folgenden Textaufgaben *müssen* mit Hilfe einer Gleichung gelöst werden!

- G5. Addiert man zu einer Zahl 12, multipliziert die Summe mit 5 und subtrahiert vom Produkt 72, so erhält man das Vierfache der Zahl. Wie gross ist die Zahl?

$$\begin{aligned}
 & x = \text{gesuchte Zahl} && /2 \\
 & (x + 12) \cdot 5 - 72 = 4x && | +72 \\
 & 5x + 60 - 72 = 4x && \\
 & 5x - 12 = 4x && | -4x + 12 \\
 & \underline{\underline{x = 12}}
 \end{aligned}$$

Die gesuchte Zahl ist 12.

- G6. Mutter und Tochter sind heute zusammen 76 Jahre alt. Vor 10 Jahren war die Mutter dreimal so alt wie die Tochter. Wie alt sind die beiden heute?

	Alter vor 10 J.	Alter heute
Mutter	$3x$	$3x + 10$
Tochter	x	$x + 10$

$$\begin{aligned}
 & M_{\text{heute}} + T_{\text{heute}} = 76 && /2 \\
 \Rightarrow & 3x + 10 + x + 10 = 76 \\
 & 4x + 20 = 76 && | -20 \\
 & 4x = 56 && | :4 \\
 & \underline{\underline{x = 14}}
 \end{aligned}$$

Die Mutter ist heute 52-jährig,
die Tochter ist heute 24-jährig.

- G7. Die beiden Ortschaften A und B liegen 99 km auseinander. Ein Auto verlässt A um 9 Uhr mit einer Geschwindigkeit von 60 km/h in Richtung B. Um 9.15 Uhr verlässt ein anderes Auto das Dorf B in Richtung A mit der Geschwindigkeit von 84 km/h. Wann treffen sich die beiden Autos?

$$\begin{aligned}
 v_1 &= 60 \text{ km/h} && v_2 = 84 \text{ km/h} && /3 \\
 t_1 &= t_1 && t_2 = t_1 - \frac{1}{4} && (15 \text{ min} = \frac{1}{4} \text{ h} !!)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Gleichung: } & s_1 + s_2 = 99 \text{ km} \\
 & v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 = 99 \\
 & 60 \cdot t_1 + 84 \left(t_1 - \frac{1}{4}\right) = 99 \\
 & 60t_1 + 84t_1 - 21 = 99 \\
 & 144t_1 - 21 = 99 \\
 & 144t_1 = 120
 \end{aligned}$$

Auto₁ ist 50 min,
Auto₂ ist 35 min
unterwegs.

Name:

Vorname:

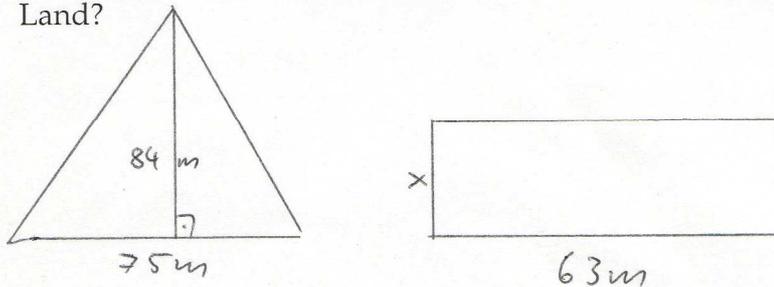
Klasse: *Lösung*

Flächenberechnungen

/10

Bei folgenden Geometrieaufgaben sind, falls nicht schon vorhanden, saubere Skizzen verlangt! Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein.

- F11. Ein dreieckiges Stück Land von 75m Grundlinie und 84m Höhe wird gegen ein gleich grosses rechteckiges Landstück von 63m Länge eingetauscht. Wie breit ist das neue Land?



/3

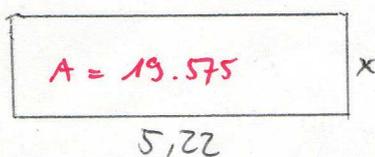
$$A_{\triangle} = \frac{75 \cdot 84}{2} = 3150 \text{ m}^2$$

$$A_{\square} = 3150 \text{ m}^2 = 63 \cdot x \quad | :63$$

$$\underline{\underline{50 \text{ m} = x}}$$

Das neue rechteckige Land ist 50m breit.

- F12. Ein 5.22cm langes Rechteck hat einen Umfang von 17.94cm. Welche Seitenlänge hat ein Quadrat mit dem gleichen Flächeninhalt?

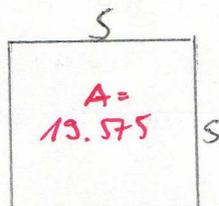


$$u_{\square} = 17,94 = 2(5,22 + x) \quad | :2$$

$$8,97 = 5,22 + x \quad | -5,22$$

$$\underline{\underline{3,75 = x}}$$

$$A_{\square} = 5,22 \cdot 3,75 = \underline{\underline{19,575 \text{ cm}^2}}$$



$$A_{\square} = 19,575 = s^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{s \approx 4,424 \text{ cm}}}$$

Die Seitenlänge des Quadrats beträgt 4,42cm.

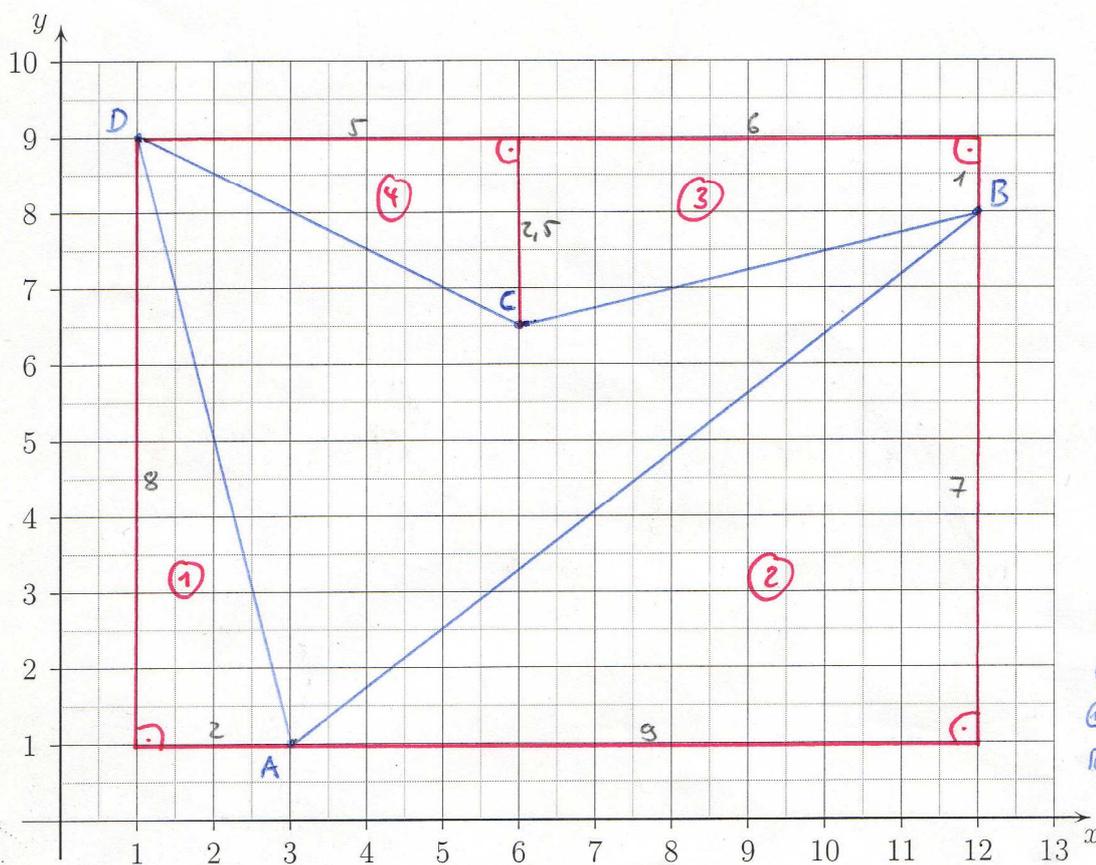
Name:

Vorname:

Klasse: *Lösung*

F13. Gegeben sind die Koordinaten der Eckpunkte eines Vierecks $ABCD$: $A(3/1)$, $B(12/8)$, $C(6/6.5)$, $D(1/9)$. Berechne die Fläche dieses Vierecks. Eine Einheit beträgt 1cm. Die zur Berechnung verwendeten Strecken dürfen *nicht gemessen* werden.

/4



KS: 1
 Idee (□): 1/2
 ①-④ : 2
 Res + Sub: 1/2

4 Pkt

$$A_{\square} = 11 \cdot 8 = 88 \text{ cm}^2 = \underline{\underline{88,00 \text{ cm}^2}}$$

$$A_{\textcircled{1}} = \frac{2 \cdot 8}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

$$A_{\textcircled{2}} = \frac{9 \cdot 7}{2} = 31,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{\textcircled{3}} = \frac{1 + 2,5}{2} \cdot 6 = 10,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{\textcircled{4}} = \frac{5 \cdot 2,5}{2} = 6,25 \text{ cm}^2$$

$$= \underline{\underline{-56,25 \text{ cm}^2}}$$

$$\underline{\underline{31,75 \text{ cm}^2 = \text{Fläche } ABCD}}$$

Name:

Vorname:

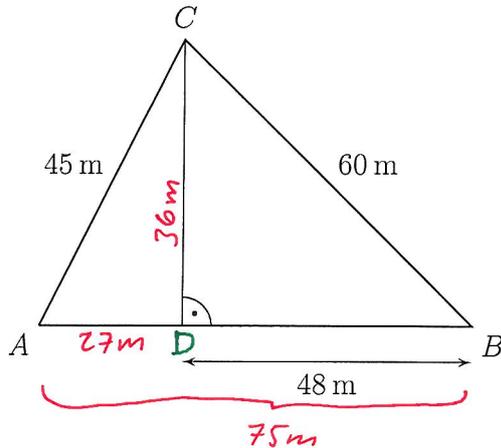
Klasse:

Satz von Pythagoras

/12

P1. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

/3



$$\textcircled{1} \quad \overline{CD}^2 + 48^2 = 60^2$$

$$\overline{CD}^2 + 2304 = 3600 \quad | -2304$$

$$\overline{CD}^2 = 1296 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{\overline{CD} = 36\text{ m}}}$$

$$\textcircled{2} \quad \overline{AD}^2 = 45^2 - 36^2$$

$$\overline{AD}^2 = 2025 - 1296 = 729 \quad | \sqrt{\quad}$$

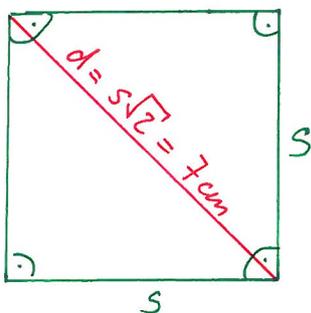
$$\underline{\underline{\overline{AD} = 27\text{ m}}}$$

$$\textcircled{3} \quad A_{\triangle ABC} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CD}}{2} = \frac{75 \cdot 36}{2} = 1350$$

$$\underline{\underline{A_{\triangle ABC} = 1350\text{ m}^2}}$$

P2. Die Diagonale eines Quadrates ist 7 cm lang. Berechne den Umfang des Quadrates.

/2



$$s\sqrt{2} = 7 \quad | : \sqrt{2}$$

$$s = \frac{7}{\sqrt{2}} \approx 4,9497$$

$$u = 4s = \frac{28}{\sqrt{2}} \approx \underline{\underline{19,799\text{ cm} \approx u}}$$

Name:

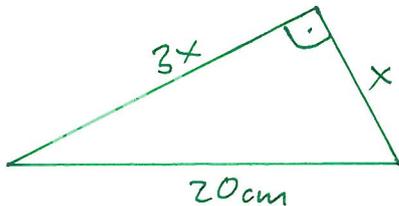
Vorname:

Klasse:

P3. In einem rechtwinkligen Dreieck misst die Hypotenuse 20 cm. Die eine Kathete ist dreimal so gross wie die andere.

Wie gross ist die Fläche des Dreiecks?

/3



$$x^2 + (3x)^2 = 20^2$$

$$x^2 + 9x^2 = 400$$

$$10x^2 = 400$$

$$x^2 = 40$$

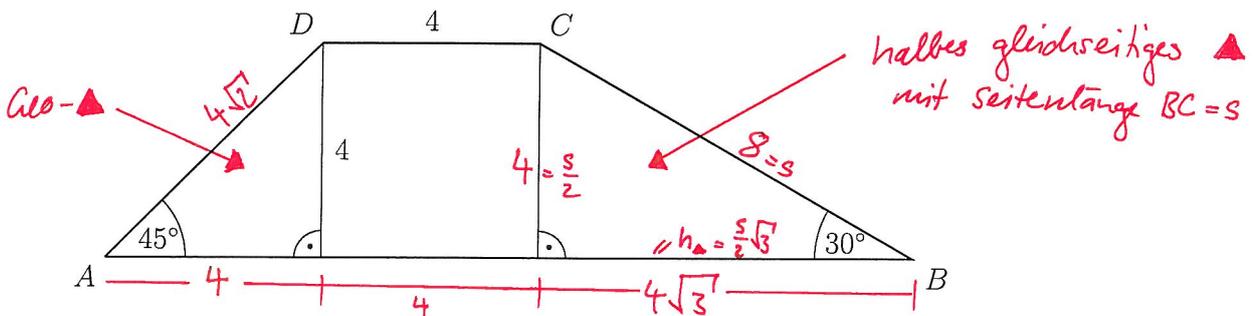
$$x = \sqrt{40} \text{ cm} \approx 6,32 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow 3x \approx 18,97 \text{ cm}$$

$$A_{\triangle} = \frac{x \cdot 3x}{2} = \frac{3x^2}{2} = \frac{3 \cdot 40}{2} = \underline{\underline{60 \text{ cm}^2}} = A_{\triangle}$$

P4. Bestimme die Fläche und den Umfang des Trapezes ABCD.

/4



$$\overline{AD} = \text{Diagonale im Quadrat} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{Umfang} = 4 + 4 + 4\sqrt{3} + 8 + 4 + 4\sqrt{2} \approx \underline{\underline{26,18 \text{ cm}}}$$

$$\text{Flächeninhalt} = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \cdot 4 \approx \frac{14,93 + 4}{2} \cdot 4 \approx \underline{\underline{37,86 \text{ cm}^2}}$$