

Jahresprüfung Mathematik
3. Klassen Kantonsschule Reussbühl Luzern
24. Mai 2016

Lösungen

1. Bruchtermgleichungen

$$\begin{array}{lcl}
 \text{a) } \frac{1}{3x-2} - \frac{3}{6x-4} - 1 = 0 & | \text{ TU} & \\
 \frac{1}{3x-2} - \frac{3}{2(3x-2)} - 1 = 0 & | \cdot 2(3x-2) & D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\} \\
 2-3 - 2(3x-2) = 0 & | \text{ TU} & \dots \\
 3-6x = 0 & | +6x & \\
 3 = 6x & | :6 & \\
 \frac{1}{2} = x \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{2} \right\} & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{b) } \frac{5x+7}{x^2-4x+4} = \frac{4-5x}{4-x^2} & | \text{ TU} & \\
 \frac{5x+7}{(2-x)^2} = \frac{4-5x}{(2+x)(2-x)} & | \cdot (2+x)(2-x)^2 & D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\} \\
 (5x+7)(2+x) = (4-5x)(2-x) & | \text{ TU} & \\
 5x^2 + 17x + 14 = 5x^2 - 14x + 8 & | -5x^2 + 14x - 14 & \\
 31x = -6 & | :31 & \\
 x = -\frac{6}{31} \Rightarrow L = \left\{ -\frac{6}{31} \right\} & &
 \end{array}$$

2. Proportionen

$A : B = 4 : 9$, $A : C = 3 : 5$

$\text{kgV}(3;4) = 12 \Rightarrow A : B : C = 12 : 27 : 20$

Total 59 Anteile, B erhält 7 Anteile mehr als C:

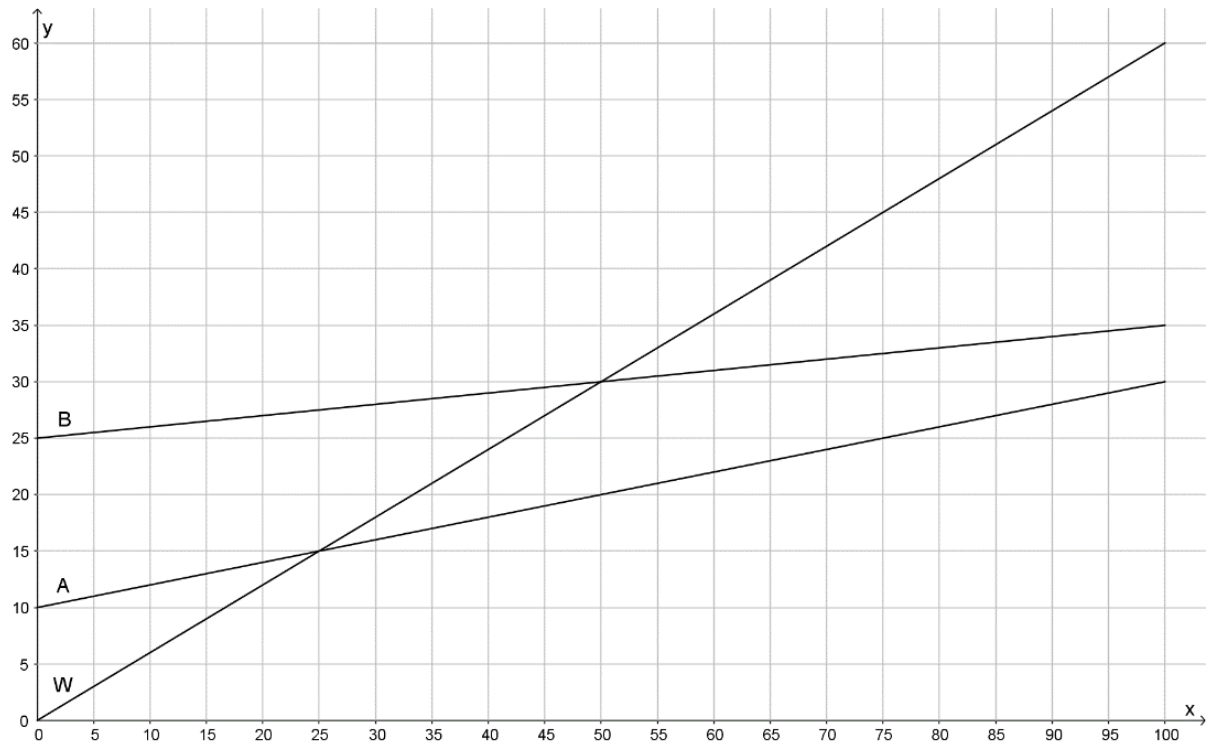
$$7x = 17500 \quad \left| \cdot \frac{59}{7} \right.$$

$59x = 147500$

Der gesamte Lottogewinn war Fr. 147'500.-.

3. Lineare Funktionen

- a) W: $y = 0.6x$
A: $y = 0.2x + 10$
B: $y = 0.1x + 25$



- b) W: $0.6 \cdot 60 = \text{Fr. } 36. -$
A: $0.2 \cdot 60 + 10 = \text{Fr. } 22. -$
B: $0.1 \cdot 60 + 25 = \text{Fr. } 31. -$

$$\begin{array}{l} \text{c) } 0.2x + 10 = 0.6x \quad | \cdot 5 \\ x + 50 = 3x \quad | -x \\ 50 = 2x \quad | :2 \\ 25 = x_1 \end{array}$$

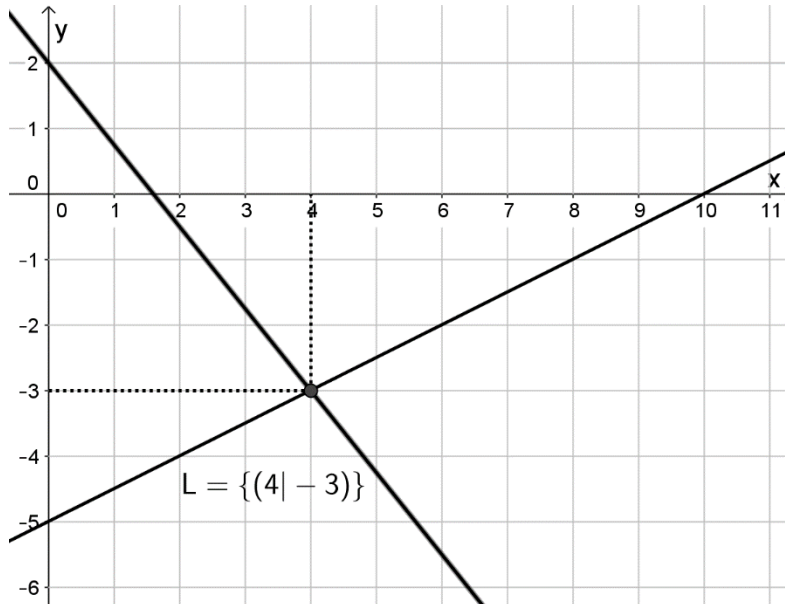
$$\begin{array}{l} 0.2x + 10 = 0.1x + 25 \quad | \cdot 10 \\ 2x + 100 = x + 250 \quad | -x - 100 \\ x_2 = 150 \end{array}$$

$$\Rightarrow 25 < x < 150$$

Zwischen 25 und 150 Minuten.

4. Lineare Funktionen

$$\begin{cases} x - 2y = 10 \\ 5x + 4y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 5 \\ y = -\frac{5}{4}x + 2 \end{cases}$$



5. Lineare Gleichungssysteme

$$2 \cdot I + 3 \cdot II: -7x - 2z = 4 \quad (IV)$$

$$2 \cdot III + IV: -x = 2 \Rightarrow x = -2$$

$$\text{in III: } -6 + z = -1 \Rightarrow z = 5$$

$$\text{in I: } -8 - 3y + 10 = 2 \Rightarrow y = 0$$

$$L = \{(-2|0|5)\}$$

6. Lineare Gleichungssysteme

$$\begin{cases} a^2x - y = 2ab \\ ax + \frac{y}{b} = b - a \end{cases} \cdot b \Rightarrow \begin{cases} I & a^2x - y = 2ab \\ II & abx + y = b^2 - ab \end{cases}$$

$$I + II: a^2x + abx = ab + b^2 \quad | \text{ TU}$$

$$ax(a+b) = b(a+b) \quad | :a(a+b)$$

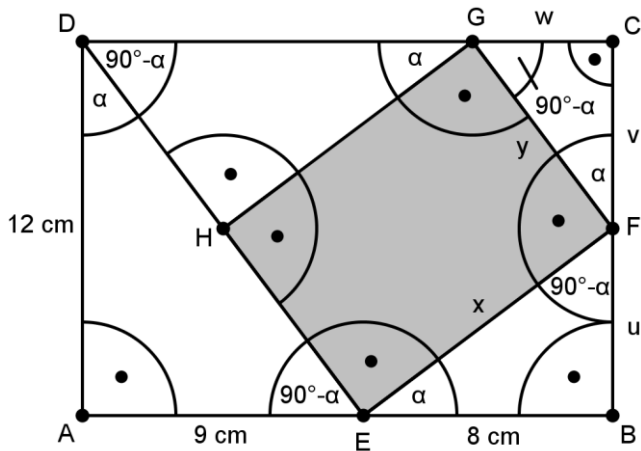
$$x = \frac{b}{a}$$

$$\text{in I: } ab - y = 2ab \quad | +y - 2ab$$

$$-ab = y$$

7. Ähnlichkeit und Strahlensätze

a) Die Dreiecke ADE, BEF, CFG und HGD haben die gleichen Winkel:



b) $\frac{u}{8} = \frac{9}{12} \Rightarrow u = 6 \Rightarrow x = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ cm}$
 $v = 12 - 6 = 6$
 $\frac{w}{6} = \frac{9}{12} \Rightarrow w = 4.5 \Rightarrow y = \sqrt{6^2 + 4.5^2} = 7.5 \text{ cm}$
 $A_{EFGH} = x \cdot y = 75 \text{ cm}^2$

8. Ähnlichkeit und Strahlensätze

2. Strahlensatz: $\frac{5.5}{10} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 2.75 \text{ cm}$

Pythagoras: $z = \sqrt{2.75^2 + 5^2} = 5.71 \text{ cm}$

1. Strahlensatz: $\frac{u}{5} = \frac{5.71}{5} \Rightarrow u = 5.71 \text{ cm}$

Die Dreiecke ADE und BDE sind kongruent $\Rightarrow y = z = 5.71 \text{ cm}$

9. Leistungsaufgaben

x : Zeit für den Aushub, wenn beide Bagger zusammenarbeiten.

$$\frac{1}{1.3x} + \frac{1}{130} = \frac{1}{x} \quad | \cdot 130x$$

$$100 + x = 130 \quad | - 100$$

$$x = 30 \quad | \cdot 1.3$$

$$1.3x = 39$$

Der grosse Bagger braucht alleine 39 Stunden.