

Lösungen zu den Aufgaben der Jahresprüfung Mathematik der 3. Klassen 2014

Aufgabe 1

$$\frac{2x+3}{5x-25} - \frac{x+4}{3x-15} = \frac{4}{15}$$

$$\frac{2x+3}{5(x-5)} - \frac{x+4}{3(x-5)} = \frac{4}{15} \quad / 15(x-5) \quad D = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 5\}$$

$$3(2x+3) - 5(x+4) = 4(x-5)$$

$$6x+9-5x-20 = 4x-20$$

$$x+9 = 4x$$

$$9 = 3x$$

$$x = 3$$

$$L = \{3\}$$

Aufgabe 2

ursprünglicher Bruch $\frac{x-3}{x}$

veränderter Bruch $\frac{(x-3)+35}{x+17} = \frac{x+32}{x+17}$

Gleichung $\frac{x+32}{x+17} = \frac{x}{x-3} \quad / (x+17)(x-3)$

$$(x-3)(x+32) = x(x+17)$$

$$x^2 + 32x - 3x - 96 = x^2 + 17x$$

$$12x = 96$$

$$x = 8$$

Ergebnis: Ursprünglicher Bruch $\frac{5}{8}$

Aufgabe 3

Gewinn, der aufgeteilt werden muss: $124800 - \frac{124800}{4} = 93600$

Verhältnis, in dem der Restgewinn aufgeteilt werden muss:

$$A : B : C = 9 : 12 : 51 = 3 : 4 : 17 = 3x : 4x : 17x$$

somit $3x + 4x + 17x = 93600$

$$24x = 93600$$

$$x = 3900$$

Ergebnis: A erhält $3 \cdot 3900\text{Fr.} = 11700\text{Fr.}$; B erhält $4 \cdot 3900\text{Fr.} = 15600\text{Fr.}$;

C erhält $17 \cdot 3900\text{Fr.} = 66300\text{Fr.}$ und $124800\text{Fr.} \cdot 0.25 = 31200\text{Fr.}$, also insgesamt Fr. 97500.–

Aufgabe 4

$$\begin{cases} \text{I} & 2x - y + z = 8 \\ \text{II} & x + y - z = 7 \\ \text{III} & 6x + 4y - 2z = 40 \end{cases}$$

$$\text{I} + \text{II}: 3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{in I} \rightarrow \text{IV}: 10 - y + z = 8$$

$$\text{in III} \rightarrow \text{V}: 30 + 4y - 2z = 40$$

$$2 \cdot \text{IV} + \text{V}: 50 + 2y = 56 \Rightarrow y = 3$$

$$\text{in I}: 10 - 3 + z = 8 \Rightarrow z = 1$$

$$\text{Ergebnis: } x = 5, y = 3, z = 1 \quad L = \{(5/3/1)\}$$

Aufgabe 5

z. B. mit Einsetzungsmethode:

$$\text{II: } y = a - x$$

$$\text{in I: } ax - b(a - x) = b^2$$

$$ax + bx = ab + b^2$$

$$x(a + b) = b(a + b)$$

$$x = b \Rightarrow y = a - b$$

Aufgabe 6

$$\overline{CB} = \overline{AC} - \overline{AB} = 4$$

$$\overline{CA} : \overline{AE} = \overline{CB} : \overline{BD} \Rightarrow \overline{BD} = \frac{\overline{AE} \cdot \overline{CB}}{\overline{CA}} = \frac{15 \cdot 4}{12} = 5$$

$$\overline{CD} = \sqrt{\overline{BD}^2 - \overline{BC}^2} = 3$$

$$\overline{AB} = 8 \Rightarrow \overline{EF} = 8$$

$$\overline{DE} : \overline{EF} = \overline{CD} : \overline{CB} \Rightarrow \overline{DE} = \frac{\overline{EF} \cdot \overline{CD}}{\overline{CB}} = \frac{8 \cdot 3}{4} = 6$$

$$\text{Ergebnis: } \overline{DE} = 6 \text{ cm}$$

Aufgabe 7

a) $\triangle CBF \sim \triangle CED$: je ein rechter Winkel und $\angle BCF = \angle EDC$ und $\angle CFB = \angle ECD$

$$\text{b) } A_{AFED} = A_{ABCD} - A_{\triangle CBF} - A_{\triangle CED}$$

$$\overline{FB} = 15, \overline{CF} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \Rightarrow A_{\triangle CBF} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 15 = 150.$$

$$\frac{\overline{CE}}{\overline{FB}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{FC}} \Rightarrow \overline{CE} = 12; \quad \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{FC}} \Rightarrow \overline{DE} = 16.$$

$$A_{\triangle CED} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 = 96; \quad A_{AFED} = 20^2 - 150 - 96 = 154.$$

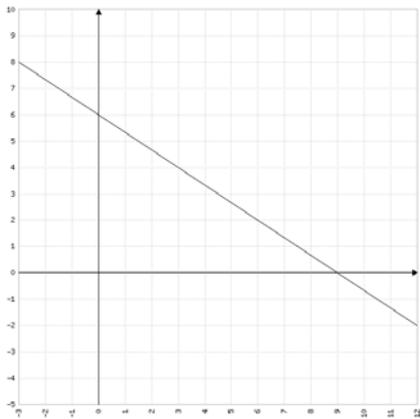
Ergebnis: Der Flächeninhalt des Vierecks AFED beträgt 154 cm^2 .

Aufgabe 8

- a) in 5 Minuten 2 Liter \rightarrow im 20 Minuten 8 Liter. Es hatte zu Beginn **17 Liter** in der Wanne.
- b) f: $y = 0.4x + 17$
- c) $100 = 0.4x + 17 \rightarrow x = 207.5$
3 Stunden und 27.5 Minuten nach Regenanfang ist die Wanne gefüllt.

Aufgabe 9

a)

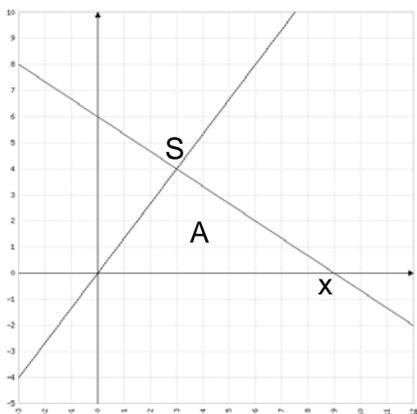


b) Ansatz für die parallele Gerade p: $y = -\frac{2}{3}x + q$ durch A (6/-2)

$$-2 = -\frac{2}{3} \cdot 6 + q \Rightarrow q = 2$$

somit Gleichung der Geraden p: $y = -\frac{2}{3}x + 2$

c)



$$\text{Nullstelle: } 0 = -\frac{2}{3}x + 6 \Rightarrow x_0 = 9$$

$$\Rightarrow \text{Grundseite } g = 9 - 0 = 9$$

$$\text{Dreiecksfläche } A = \frac{g \cdot h}{2} \Rightarrow 18 = \frac{9 \cdot h}{2}$$

$$\Rightarrow h = 4 \Rightarrow y_s = 4$$

$$\Rightarrow 4 = -\frac{2}{3}x_s + 6 \Rightarrow x_s = 3 \Rightarrow S(3 | 4)$$

$$m = \frac{4 - 0}{3 - 0} = \frac{4}{3} \Rightarrow g: y = \frac{4}{3}x$$