Kantonsschule Reussbühl : Test Stoffgebiet 3.Klasse 2004/05
Lösungen Blatt 1

---

1. Definitionsmenge D = $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

   $\frac{a-cx}{a(x-1)} - \frac{1+x}{x-1} = 2$ | $a\cdot(x-1)$

   $a-cx - a\cdot(1+x) = 2a\cdot(x-1)$

   $2a = 3ax + cx$

   $\mathbb{L}_x = \left\{\frac{2a}{3a+c}\right\}$

2. | $\cdot(1-x^2)$

   $(3+7x)(1-x)-((4-9x)(1+x)+6(1-x^2) = 23-4x^2$

   $9x = 18$

   $\mathbb{L}_x = \{ 2 \}$

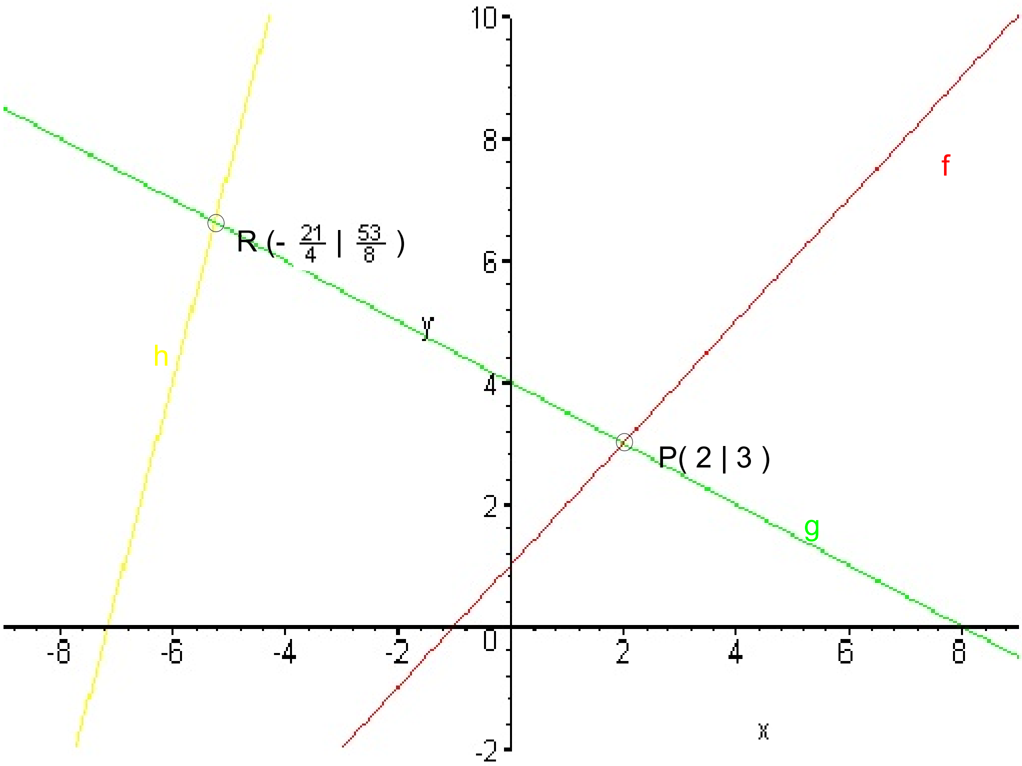
3. Raumdiagonale $d = a\sqrt{6}$

   $a\sqrt{6} = a\sqrt{2} + 5$

   $a = \frac{5}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{5\cdot(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{4} = 4.8296\ldots$

   $\mathbb{L}_a \approx \{ 4,83 \}$ (Reinquadratische Gleichung)

4.



---

a) $f \cap g:\; x + 1 = -\frac{1}{2}x + 4 \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{2}x = 3 \quad \Rightarrow \quad x = 2$ und $y = x + 1 = 3$

Die Geraden f und g schneiden im Punkt P(2|3).

b) (AB) : Ansatz $y = m\,x + q$ $\quad$ $A: 11 = m \cdot (-4) + q$

$B: 39 = m \cdot 4 \quad + q$

Mit dem Additionsverfahren (“Subtraktion der Gleichungen”) erhält man $-28 = -8\,m$, also $m = \frac{7}{2}$. Aus $q = 11 + 4m = 11 + 4 \cdot \frac{7}{2} = 11 + 14 = 25$ folgt die Gleichung h von (AB) : $y = \frac{7}{2}x + 25$

alternative Lösung : Punkt - Punkt - Formel verwenden

$g \cap h:\; -\frac{1}{2}x + 4 = \frac{7}{2}x + 25 \quad \Rightarrow \quad 4x = -21 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{21}{4} = -5{,}25$ und $y = \frac{53}{8} = 6{,}875$

Die Geraden g und h schneiden im Punkt $R\left(-\frac{21}{4} \middle| \frac{53}{8}\right) = R(-5{,}25 \mid 6{,}875)$.

[Schnitt von f und h, nicht verlangt :

$f \cap h:\quad x + 1 = \frac{7}{2}x + 25 \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{2}x = -24 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{48}{5} = -9{,}6$ und $y = -\frac{43}{5} = -8{,}6$

Schnittpunkt $Q\left(-\frac{48}{5} \middle| -\frac{43}{5}\right) = Q(-9{,}6 \mid -8{,}6)$.

5.
$$\begin{array}{lrcrcrcr|ll}
(1) & 4x & + & 2y & + & 3z & = & 15 & + & \\
(2) & 3x & - & 2y & - & 4z & = & 32 & & \cdot 2 \\
(3) & 2x & + & 4y & + & 3z & = & 9 & & +
\end{array}$$

$$\begin{array}{lrcrcr|ll}
(I) & 7x & - & z & = & 47 & \cdot 5 & \\
(II) & 8x & - & 5z & = & 73 & & -
\end{array}$$

$27\,x \quad = 162 \quad \Rightarrow \quad x = 6$ und $z = 7x - 47 = -5$ und $y = 3$

$\mathbb{L} = \{\,(6|3|-5)\,\}$

6. Kapitalien : K1 und K2

$K1 \cdot \frac{5}{100} + K2 \cdot \frac{4}{100} = 4000$

$K1 \cdot \frac{4}{100} + K2 \cdot \frac{5}{100} = 4100$ $\quad$ oder $\quad \left| \begin{array}{rcrcl} 5 \cdot K1 & + & 4 \cdot K2 & = & 400'000 \\ 4 \cdot K1 & + & 5 \cdot K2 & = & 410'000 \end{array} \right|$

Man erhält $9 \cdot K1 = 360'000$ $\quad$ oder $\quad$ $K1 = 40'000$, $K2 = 50'000$

Das erstes Kapital beträgt Fr. 40'000.-, das zweite Fr. 50'000.-

---

7. a) Die Dreiecke ABP und BCQ sind kongruent, haben also gleiche Winkel bei A und B bzw. B und Q; die Dreiecke ABP und PFB sind ähnlich.

b) $\frac{\overline{FB}}{x} = \frac{3}{1}$, also $\overline{FB} = 3 \cdot x$ (ähnliche Dreiecke PFB und ABP)

$\frac{\overline{FA}}{3x} = \frac{3x}{x}$, also $\overline{FA} = 9 \cdot x$ (ähnliche Dreiecke ABF und BPF)

$\overline{AB} = \overline{BC} = 3x \cdot \sqrt{10}$, $\overline{PB} = \overline{QC} = x \cdot \sqrt{10}$, somit $\overline{BQ} = 10x$ (Pythagoras), also $\overline{FQ} = 7 \cdot x$

c) $\frac{\overline{GF}}{60} = \frac{7}{10}$, also $\overline{GF} = 42$ cm (Strahlensatz, Strahlen (BC) und (BQ))

$\overline{QC} = 20$, $\overline{QG} = \frac{42}{3} = 14$, also $\overline{GC} = 6$ und $\overline{EF} = 60 - \overline{GC} = 54$ cm

8. Strahlensätze :

$\frac{w}{5} = \frac{12}{6} \Rightarrow \underline{w = 10}$

$\frac{x}{6} = \frac{8}{12} \Rightarrow \underline{x = 4}$

$\frac{y}{5} = \frac{12+4}{4} \Rightarrow \underline{y = 20}$

$\frac{z}{6} = \frac{12}{4} \Rightarrow \underline{z = 18}$

9. $\frac{4-x}{x-3} + \frac{2-x}{x-3} = x - 4 \quad | \cdot (x-3)$

$4 - x + 2 - x = x^2 - 7x + 12$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$(x-3) \cdot (x-2) = 0$

Die entstehende quadratische Gleichung hat die Lösungen 2 und 3, Lösung der gegebenen Gleichung ist 2 .

$\mathbb{L} = \{ 2 \}$

10. Diskriminante ist $D = -3a^2 + 2a + 1 := 0$, $3a^2 - 2a - 1 = (3a + 1)(a - 1) = 0$

Lösungen $a_1 = -\frac{1}{3}$, $a_2 = 1$