

Klassenstufen 11 bis 13

Donnerstag, 19. März 2015

Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jede Teilnehmerin und jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die dafür vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzuaddiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Bei einer falschen Antwort werden $3/4$, $4/4$ oder $5/4$ Punkte abgezogen. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

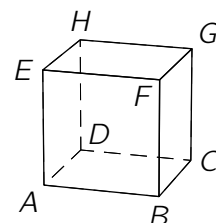
3-Punkte-Aufgaben

A1 Welche der folgenden Zahlen liegt am nächsten am Ergebnis der Rechnung $0,2015 \cdot 0,5012$?

- (A) 0,0001 (B) 0,001 (C) 0,01 (D) 0,1 (E) 1

A2 Welche der folgenden Strecken im rechts abgebildeten Würfel $ABCDEFGH$ ist am längsten?

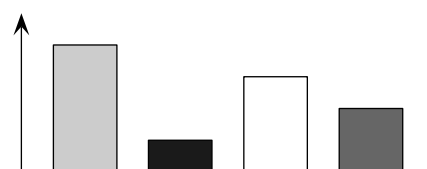
- (A) \overline{CD} (B) \overline{DE} (C) \overline{DF} (D) \overline{CH} (E) \overline{DG}



A3 Andrea wurde 1997 geboren, und ihre Schwester Charlotte wurde 2001 geboren. Dann beträgt der Altersunterschied zwischen den beiden Schwestern *ganz gewiss*

- (A) weniger als 4 Jahre. (B) mindestens 4 Jahre. (C) genau 4 Jahre.
 (D) mehr als 4 Jahre. (E) nicht weniger als 3 Jahre.

A4 Auf einer Biologie-Exkursion hat Diana in einem Waldstück den Bestand der vier häufigsten Baumarten ausgezählt und ihr Ergebnis dann in einem Säulendiagramm dargestellt. Jasper findet, dass für die Darstellung ein Kreisdiagramm besser geeignet wäre. Wie könnte dieses Kreisdiagramm aussehen?



- (A) (B) (C) (D) (E)

A5 Die Summe der 31 natürlichen Zahlen von 2001 bis 2031 wird durch 31 dividiert. Was ist das Ergebnis?

- (A) 2012 (B) 2013 (C) 2015 (D) 2016 (E) 2019

A6 Matti ist für die Windlichter beim Gartenfest zuständig. Er will ein altes Glas, das die Form eines Kegelstumpfs hat, von außen vollständig und ohne Überlappungen mit farbigem Transparentpapier bekleben, wobei der Boden frei bleiben soll. Welche Form muss dieses Stück Transparentpapier haben?



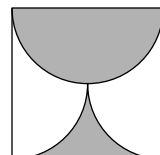
- (A) (B) (C) (D) (E)

- A7** Bauer Meckes Kühe haben insgesamt 2 Beine weniger als Bauer Meckes Enten. Dann hat Bauer Mecke
- (A) weniger als halb so viele Kühe wie Enten. (B) halb so viele Kühe wie Enten.
 (C) genauso viele Kühe wie Enten. (D) doppelt so viele Kühe wie Enten.
 (E) mehr als doppelt so viele Kühe wie Enten.

- A8** $(a - b)^3 + (b - a)^3 =$
- (A) 0 (B) $2(a - b)^3$ (C) $2a^3 - 2b^3$ (D) $2a^3 + 2b^3$ (E) $6a^2b + 6ab^2$

- A9** Der graue Teil des Quadrats mit der Seitenlänge 2 cm ist von einem Halbkreisbogen und zwei Viertelkreisbögen begrenzt. Welchen Flächeninhalt hat die graue Fläche?

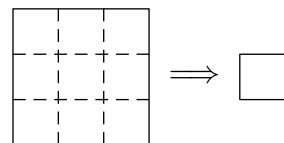
- (A) $\frac{\pi}{2} \text{ cm}^2$ (B) 2 cm^2 (C) $\pi \text{ cm}^2$ (D) 1 cm^2 (E) $\left(\frac{\pi}{2} + 1\right) \text{ cm}^2$



- A10** Wie viele reelle Zahlen x erfüllen die Gleichung $2^{2x} = 4^{x+1}$?
- (A) keine (B) eine (C) zwei (D) drei (E) unendlich viele

4-Punkte-Aufgaben

- B1** Ein quadratisches Blatt Papier wird entlang der gestrichelten Linien zusammengefaltet, die Reihenfolge spielt keine Rolle. Dem entstandenen Quadrat wird eine seiner Ecken abgeschnitten. Wie viele Löcher hat das Blatt Papier, wenn es wieder auseinandergefaltet wird?



- (A) 0 (B) 1 (C) 4
 (D) 9 (E) Es hängt davon ab, welche Ecke abgeschnitten wird.

- B2** $\sqrt{(2015 + 2015) + (2015 - 2015) + (2015 \cdot 2015) + (2015 : 2015)} =$

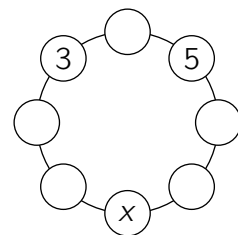
- (A) $\sqrt{2015}$ (B) 2015 (C) 2016 (D) 2017 (E) 4030

- B3** Die Koordinatenebene wird durch die x -Achse, die y -Achse und die Graphen der beiden Funktionen $f(x) = 2 - x^2$ und $g(x) = x^2 - 1$ in mehrere Gebiete zerlegt. Wie viele Gebiete sind das?

- (A) 8 (B) 11 (C) 12 (D) 14 (E) 15

- B4** In jeden der acht Kreise soll eine Zahl so eingetragen werden, dass jede der Zahlen die Summe der beiden zu ihr benachbarten Zahlen ist. Zwei Zahlen sind bereits eingetragen. Was trifft dann zu?

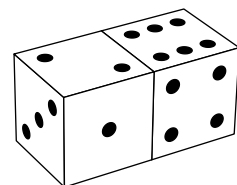
- (A) $x = -5$ (B) $x = -16$ (C) $x = -8$
 (D) $x = -3$ (E) Eine solche Belegung gibt es nicht.



- B5** Von fünf verschiedenen positiven ganzen Zahlen a, b, c, d, e ist bekannt, dass $c : e = b$, $a + b = d$ und $e - d = a$ gilt. Welche der fünf Zahlen ist die größte?

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e

- B6** Rechts sind zwei identische Spielwürfel zu sehen, bei denen sich die Augenzahlen auf gegenüberliegenden Seiten jeweils zu 7 addieren. Welche Augenzahl befindet sich auf der rechten Seite des rechten Würfels?

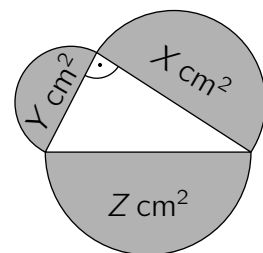


- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 1 oder 3

- B7** Zum Mittelalterfest auf Burg Rabenstein soll es im Vorhof entlang der Festungsmauer nebeneinander fünf Stände geben: je einen für einen Schmied, einen Töpfer und einen Schneider sowie einen mit deftigen Speisen und einen mit Wein. Die Stände der drei Handwerker sollen nebeneinander stehen und ebenso die beiden Stände mit Essen und Getränken. Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Anordnung der fünf Stände?

- (A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 48 (E) 60

- B8** Über den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks sind Halbkreise errichtet (s. Abb.). Ihre Flächeninhalte betragen $X \text{ cm}^2$, $Y \text{ cm}^2$ und $Z \text{ cm}^2$. Was gilt dann sicher?

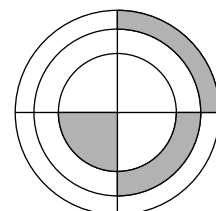


- (A) $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = Z$ (B) $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$ (C) $X + Y = Z$
 (D) $X + Y = Z^2$ (E) $X^2 + Y^2 = Z$

- B9** Als geometrisches Mittel von n positiven Zahlen wird die n -te Wurzel aus dem Produkt dieser Zahlen bezeichnet. Wenn das geometrische Mittel von drei Zahlen 3 und von drei anderen Zahlen 12 ist, was ist dann das geometrische Mittel aller sechs Zahlen?

- (A) 4 (B) 6 (C) $\frac{15}{2}$ (D) $\frac{15}{6}$ (E) 36

- B10** Die senkrechte und die waagerechte Linie auf der abgebildeten Zielscheibe schneiden sich im Mittelpunkt der drei Kreise. Die drei grau markierten Felder haben denselben Flächeninhalt. Der Radius des kleinsten der drei Kreise ist 1. Wie groß ist der Radius des größten der drei Kreise?



- (A) $\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) 3 (D) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (E) $\sqrt{6}$

5-Punkte-Aufgaben

- C1** Diego hat einen Spielwürfel mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6. Philipps „Spezialwürfel“ trägt die Augenzahlen 2, 2, 2, 5, 5, 5. Jeder der beiden würfelt mit seinem Würfel. Wer die höhere Augenzahl würfelt, gewinnt. Bei gleicher Augenzahl gewinnt keiner von beiden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Philipp gewinnt?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{7}{18}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{11}{18}$

- C2** Penny besitzt einen Antiquitätenladen. Gestern hat sie zwei wertvolle Uhren verkauft. Für die große Standuhr hat sie 40% mehr Geld bekommen, als sie dafür bezahlt hat. Für die goldene Armbanduhr hat sie sogar 60% mehr Geld bekommen, als sie dafür bezahlt hat. Für beide Uhren zusammen hat sie 54% mehr Geld bekommen, als sie für beide zusammen bezahlt hat. Die Standuhr hat Penny für 120€ gekauft. Wie viel hat Penny für die Armbanduhr bezahlt?

- (A) 156€ (B) 162€ (C) 180€ (D) 240€ (E) 280€

C3 In der Reihenfolge (A), (B), (C), (D), (E), welches ist die erste wahre Aussage?

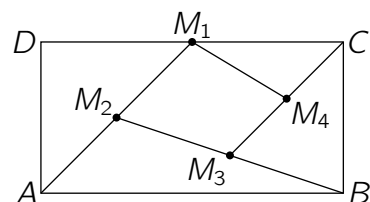
- (A) Aussage (C) ist wahr. (B) Aussage (A) ist wahr. (C) Aussage (E) ist falsch.
 (D) Aussage (B) ist falsch. (E) $1 + 1 = 2$

C4 Wie viele 3-stellige natürliche Zahlen sind die Summe von genau neun verschiedenen Potenzen von 2, d. h. von Zahlen der Form 2^k , wobei k eine nichtnegative ganze Zahl ist?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

C5 Im Rechteck $ABCD$ ist M_1 der Mittelpunkt von \overline{CD} , M_2 der Mittelpunkt von $\overline{AM_1}$, M_3 der Mittelpunkt von $\overline{BM_2}$ und M_4 der Mittelpunkt von $\overline{CM_3}$ (s. Abb.). Wie groß ist der Anteil der Fläche des Vierecks $M_1M_2M_3M_4$ am Flächeninhalt des Rechtecks $ABCD$?

- (A) $\frac{7}{16}$ (B) $\frac{3}{16}$ (C) $\frac{7}{32}$ (D) $\frac{9}{32}$ (E) $\frac{1}{5}$

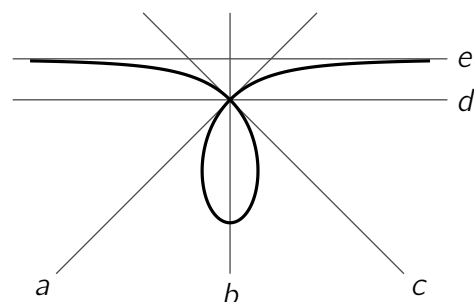


C6 Christopher und Timo haben jeder die Buchstaben im englischen Wort KANGAROO so durch Ziffern ersetzt, dass jeder eine 8-stellige Zahl erhalten hat. Jeder der beiden hat gleiche Buchstaben durch gleiche Ziffern ersetzt und verschiedene Buchstaben durch verschiedene Ziffern. Christopher hat die größtmögliche durch 11 teilbare Zahl erhalten und Timo die kleinstmögliche durch 11 teilbare Zahl. Einen der Buchstaben haben beide durch die gleiche Ziffer ersetzt. Welche Ziffer ist das?

- (A) 5 (B) 0 (C) 4 (D) 6 (E) 3

C7 Die Abbildung zeigt fünf Geraden und eine sogenannte *algebraische Kurve*, die aus genau denjenigen Punkten (x, y) besteht, welche die Gleichung $x^3 + y^3 = 2xy$ erfüllen. Eine der fünf Geraden ist die x -Achse des Koordinatensystems. Welche?

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e



C8 Es liegen 192 Kugeln im Kreis, der Reihe nach mit 1 bis 192 nummeriert. Ein Roboter läuft den Kreis ab und entfernt der Reihe nach jede zweite Kugel, beginnend mit 2, 4, 6 usw. Er läuft solange weiter und entfernt Kugeln, bis nur noch eine einzige Kugel übrig ist. Welche Nummer hat diese Kugel?

- (A) 1 (B) 17 (C) 65 (D) 129 (E) 191

C9 Wie viele Dreiecke ABC mit ganzzahligen Seitenlängen gibt es, die bei B einen rechten Winkel haben und deren Seite \overline{AB} die Länge 20 hat?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

C10 Malou und Ana haben über Nacht Erbsen eingeweicht und sich rote, grüne, blaue und schwarze Holzstäbchen besorgt. Mit 8 Erbsen für die Ecken und 12 Holzstäbchen für die Kanten hat Malou flink einen Würfel zusammengesteckt, bei dem jede Seitenfläche von einer roten, einer grünen, einer blauen und einer schwarzen Kante begrenzt wird. Auch Ana will auf diese Weise einen Würfel bauen, bei dem jede Seitenfläche verschiedenfarbige Kanten hat. Ihr Würfel soll jedoch, egal wie sie ihn dreht und wendet, von Malous Würfel verschieden sein. Wie viele Möglichkeiten gibt es für Anas Würfel?

- (A) 0 (B) 1 (C) 5 (D) 11 (E) 23