Klassenstufen 9 und 10

Donnerstag, 10. April 2008 Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die dafür vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzu addiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Ist die Antwort falsch, werden 3/4, 4/4 oder 5/4 Punkte abgezogen. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Aufgaben

1. Wie viele der folgenden sieben Rechnungen haben ein von 6 verschiedenes Ergebnis?

$\boxed{2-(-4)}$ ⋄ $\boxed{(-2)\cdot(-3)}$ ⋄ $\boxed{-8+2}$ ⋄ $\boxed{-2+8}$ ⋄ $\boxed{0-(-6)}$ ⋄ $\boxed{12:(-2)}$ ⋄ $\boxed{2:12}$

(**A**) keine (**B**) zwei (**C**) drei (**D**) vier (**E**) sechs

2. Welches ist die kleinste Anzahl von Buchstaben, die im französischen Wort KANGOUROU zu streichen sind, damit die übrig bleibenden Buchstaben alphabetisch geordnet sind?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

3. In der nebenstehenden Additionsaufgabe ist für jeden Buchstaben genau eine Ziffer zu setzen, zu verschiedenen Buchstaben gehören verschiedene Ziffern. Welche Ziffer muss an die Stelle von „K“ gesetzt werden?

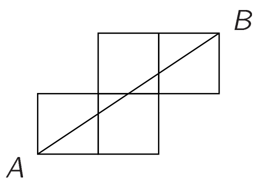
$$\begin{array}{rccc} & & O & K \\ + & & K & O \\ \hline & W & O & W \end{array}$$

(**A**) 0 (**B**) 3 oder 8 (**C**) 9 (**D**) 5 (**E**) 1

4. Am Neujahrstag schlüpfte Paola in ihr mit der neuen Jahreszahl 2008 besticktes T-Shirt und stellte sich im Handstand vor den großen Spiegel. Was sieht der neben ihr auf seinen Füßen stehende Bruder, wenn er in den Spiegel schaut?

(**A**) 5008 (**B**) 8002 (**C**) 2008 (**D**) 8005 (**E**) 2005

5. Wie lang ist die Strecke $\overline{AB}$, wenn die vier Quadrate je die Seitenlänge 1 cm haben?

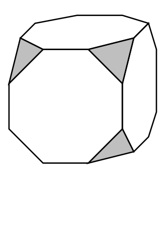


(**A**) 5 cm (**B**) $\sqrt{13}$ cm (**C**) $\sqrt{7}$ cm
(**D**) $\sqrt{5}$ cm (**E**) $\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)$ cm

6. Es sei $a < -1$. Welche der folgenden Zahlen ist am kleinsten?

(**A**) $a-1$ (**B**) a^2-1 (**C**) $-a$ (**D**) $-a-1$ (**E**) $-a^2-1$

7. Bei einem Würfel sind durch ebene Schnitte alle Ecken abgeschnitten worden (s. Bild). Wie viele Kanten hat der Restkörper?



(**A**) 24 (**B**) 30 (**C**) 36 (**D**) 40 (**E**) 48

8. Franzi und Greta haben jede ein rechteckiges Stück Papier derselben Form und Größe. Jede schneidet ihr Rechteck in der Mitte durch. Franzis beide dabei entstandenen Rechtecke haben je einen Umfang von 175 cm, Gretas je 125 cm. Welchen Umfang hat das ursprüngliche Rechteck?

(**A**) 200 cm (**B**) 220 cm (**C**) 250 cm (**D**) 260 cm (**E**) 270 cm

9. Beim ersten Deutschtest in diesem Jahr habe ich nur einen von fünf Punkten erreicht. Gesetzt den Fall, ich arbeite so gut, dass ich alle kommenden Tests mit der maximalen Punktzahl 5 bestehe. Wie viele Tests müssten noch stattfinden, damit ich am Ende vier Fünftel aller erreichbaren Punkte habe?

(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6 (**E**) 7

10. Onkel Dieter, seines Zeichens passionierter Angler, rudert mit mir durch den Kanal zu seinem Lieblingsangelplatz. „Siehst du“, sagt er, als wir einen Seitenarm passieren, „hier fließt ein Drittel des Wassers weg. Und wenig später, nach der Kurve dort, noch einmal ein Viertel von dem, was dort noch fließt. Nun frag ich dich,“ setzt er fort und guckt mich an, „wie viel von der ursprünglichen Wassermenge ist für uns beide schließlich noch übrig im Kanal?“

(**A**) $\frac{1}{3}$ (**B**) $\frac{2}{5}$ (**C**) $\frac{1}{6}$ (**D**) $\frac{1}{2}$ (**E**) $\frac{3}{5}$

4-Punkte-Aufgaben

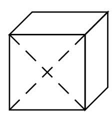
11. Beim schnellen Verteilen der Ostereier in die Nester für ihre vier Enkel haben die Großeltern ins erste 13, ins zweite 11, ins dritte 16 und ins vierte 8 Eier gelegt. Wie viele müssen sie nun mindestens umlegen, damit jeder Enkel dieselbe Anzahl bekommt?

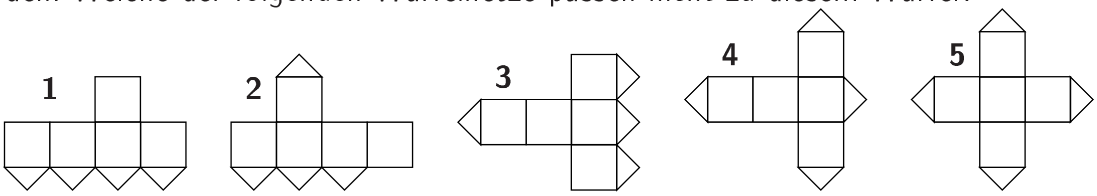
(**A**) 13 (**B**) 11 (**C**) 8 (**D**) 5 (**E**) 4

12. Seit ihrer Hochzeit pflanzen meine Eltern alljährlich zum Frühlingsbeginn einen Baum. Irgendwann stellen sie fest, dass die drei Tannen, die sie im 5., 6. und 7. Jahr ihrer Ehe gepflanzt haben, zusammen 42 Jahre alt sind. Wie alt sind demnach die drei erstgepflanzten Bäume zusammen?

(**A**) 46 (**B**) 51 (**C**) 54 (**D**) 60 (**E**) 63

13. Eine der Würfelseiten ist entlang der beiden Diagonalen zerschnitten worden. Welche der folgenden Würfelnetze passen *nicht* zu diesem Würfel?



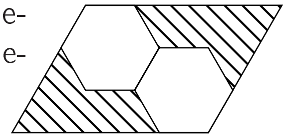


(**A**) **1** und **3** (**B**) **1** und **5** (**C**) **3** und **4** (**D**) **3** und **5** (**E**) **2** und **4**

14. In einer Schachtel liegen 7 mit den Zahlen von 1 bis 7 beschriebene Karten – jede Zahl kommt genau einmal vor. Nelli und Oskar ziehen zufällig, Nelli 3, Oskar 2 Karten. Unsere Mathelehrerin guckt auf die 3 Karten von Nelli und sagt: „Oskar, ich weiß, dass die Summe der Zahlen auf deinen 2 Karten eine gerade Zahl ist.“ „Dann weiß ich die Summe der Zahlen auf Nellis Karten“, ruft nach kurzer Bedenkzeit jemand aus der Klasse. Diese Summe ist

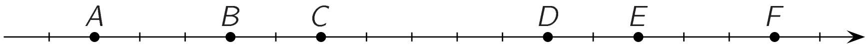
(**A**) 6 (**B**) 9 (**C**) 10 (**D**) 12 (**E**) 15

15. Die beiden regelmäßigen Sechsecke, die in das Parallelogramm eingezeichnet sind, haben denselben Flächeninhalt. Welcher Anteil der Parallelogrammfläche ist schraffiert?



(**A**) $\frac{1}{2}$ (**B**) $\frac{1}{3}$ (**C**) $\frac{2}{3}$ (**D**) $\frac{2}{5}$ (**E**) $\frac{3}{8}$

16. Auf dem abgebildeten Zahlenstrahl sind die natürlichen Zahlen markiert. Von den mit den Buchstaben A bis F bezeichneten Zahlen sind mindestens zwei durch 3 und mindestens zwei durch 5 teilbar. Dann ist bzw. sind durch 15 teilbar

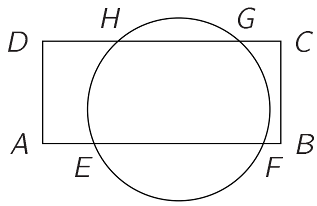


(**A**) nur eine der Zahlen (**B**) B und D (**C**) C und E
(**D**) A und F (**E**) alle sechs Zahlen

17. Wie viele der Ziffern der 1000-stelligen Zahl 20082008...2008 darf man höchstens löschen, wenn die Summe der Ziffern der verbleibenden Zahl 2008 sein soll?

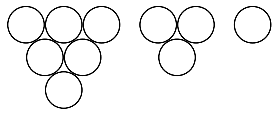
(**A**) 564 (**B**) 497 (**C**) 499 (**D**) 746 (**E**) 749

18. Das Rechteck $ABCD$ wird von einem Kreis in den Punkten E, F, G und H geschnitten. Dabei ist $\overline{AE} = 3$, $\overline{DH} = 4$ und $\overline{HG} = 5$. Wie lang ist $\overline{EF}$?
Bemerkung: Die parallelen Sehnen HG und EF haben eine gemeinsame Mittelsenkrechte.



(**A**) 5,5 (**B**) 6 (**C**) 6,2 (**D**) 7 (**E**) $\frac{20}{3}$

19. Als 3er-Kugelpyramide wird das Gebilde bezeichnet, das entsteht, wenn die drei rechts abgebildeten Kugelschichten übereinandergelegt werden. Analog gibt es 4er-, 5er-Kugelpyramiden usw. Ich denke mir alle außen liegenden Kugeln einer 8er-Kugelpyramide schwarz, die inneren weiß gefärbt. Dann bilden die weißen Kugeln eine



(**A**) 3er-Kugelpyramide (**B**) 4er-Kugelpyramide (**C**) 5er-Kugelpyramide
(**D**) 6er-Kugelpyramide (**E**) 7er-Kugelpyramide

20. Wie viele Paare reeller Zahlen (x, y) gibt es, für die $x + y = x \cdot y = \frac{x}{y}$ gilt?

(**A**) keines (**B**) 1 Paar (**C**) 2 Paare (**D**) 4 Paare (**E**) 8 Paare

5-Punkte-Aufgaben

21. Nach dem Mittagsmahl verteilt mein Vater, der uns mit einem wohlschmeckenden Essen verwöhnt hat, an alle, die bisher gefaulenzt haben, je 10 Kärtchen mit den Zahlen 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 48, 53, 68. Wer es schafft, mit der minimalen Anzahl von Kärtchen 100 als Summe zu erzeugen, ist vom Ab- und Aufräumen befreit. Welches ist die kleinste Anzahl?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 100 ist als Summe unmöglich

22. In der Folge $\{a_n\}$ ist jede Summe dreier aufeinanderfolgender Folgenglieder gleich 2008. Es ist bekannt, dass $a_{666} = 666$ und $a_{1004} = 1004$ ist. Dann ist $a_{2008} =$

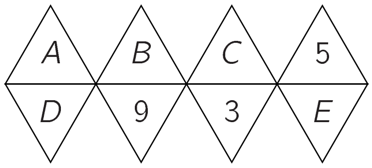
(**A**) 0 (**B**) 1670 (**C**) 2008 (**D**) 1003 (**E**) 338

23. Auf einer Geraden sind einige Punkte markiert, und dies so, dass sich zu jedem der Abstände 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm, 7 cm, 8 cm und 9 cm zwei von diesen Punkten finden lassen, die eben diesen Abstand voneinander haben. Wie viele Punkte sind das mindestens?

(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 7 (**E**) 8

24. Gesucht sind alle 6-stelligen Zahlen, bei denen ab der 3. Stelle von links jede Ziffer gleich der Summe der beiden vorausgehenden ist, also z. B. die 6. Ziffer gleich der Summe der 4. und 5. Ziffer. Wie viele solche Zahlen gibt es?

(**A**) keine (**B**) zwei (**C**) vier (**D**) sechs (**E**) acht

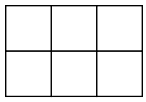


25. Das Körpernetz (s. Bild) besteht aus 8 gleichseitigen Dreiecken und lässt sich zu einem Oktaeder falten. Drei der Seitenflächen tragen die Zahlen 9, 3 und 5, die fünf anderen $A, \dots, E$. Beim Oktaeder stoßen in jeder seiner 6 Ecken genau 4 Seitenflächen zusammen. Nun sollen $A, \dots, E$ so durch 2, 4, 6, 7 und 8 ersetzt werden (ohne Wiederholungen), dass die Summe der Zahlen auf solchen 4 Seitenflächen, die einen gemeinsamen Eckpunkt haben, stets gleich ist. Dann ist $B + D =$

(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 8 (**D**) 9 (**E**) 10

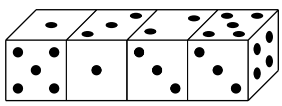
26. Es ist $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$. Wenn $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$ ist, dann ist $n =$

(**A**) 13 (**B**) 14 (**C**) 15 (**D**) 16 (**E**) 17



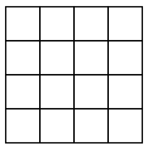
27. An die Tafel wurde ein (2×3)-Feld gezeichnet. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Zahlen 1, ..., 6 so auf die 6 Felder zu verteilen, dass sich keine aufeinanderfolgenden in benachbarten Feldern befinden, also solchen, die eine gemeinsame Seite haben?

(**A**) 22 (**B**) 24 (**C**) 28 (**D**) 30 (**E**) 32



28. Die vier abgebildeten Würfel sind zwar keine Spielwürfel, was bedeutet, dass die Summe der Punkte auf einander gegenüberliegenden Flächen *nicht* 7 sein muss, sie sind jedoch untereinander identisch. Dann ist die Summe der Punkte auf den 6 einander berührenden Seiten gleich

(**A**) 19 (**B**) 21 (**C**) 23 (**D**) 24 (**E**) 25



29. Ein Quadrat ist in 16 Quadrate unterteilt worden (s. Bild). Nun zeichne ich Diagonalen in einige der 16 Quadrate, aber je höchstens eine und zwar so, dass keine zwei Diagonalen einen Endpunkt gemeinsam haben. Wie viele lassen sich höchstens finden?

(**A**) 8 (**B**) 9 (**C**) 10 (**D**) 11 (**E**) 12

30. Wie viele 2008-stellige Zahlen besitzen die Eigenschaft, dass jede aus zwei aufeinanderfolgenden Ziffern dieser Zahl gebildete zweistellige Zahl durch 17 oder 23 teilbar ist?

(**A**) 5 (**B**) 6 (**C**) 7 (**D**) 9 (**E**) mehr als 9