

Kantonsschule Reussbühl

Fach	<i>Grundlagenfach Mathematik</i>
Prüfende Lehrpersonen	<i>Nils Andersen        Irina Bayer (<a href="mailto:irina.bayer@edulu.ch">irina.bayer@edulu.ch</a>)        Hannes Ernst        Armin Hruby        Felix Huber</i>
Klassen	<i>6a / 6b / 6c / 6d / 6e / 6K / 6L</i>
Prüfungsdatum	<i>22. Mai 2017</i>
Prüfungsdauer	<i>3 Stunden</i>
Erlaubte Hilfsmittel	<i>Taschenrechner TI 83+ bzw. TI voyage200.        Formelsammlung Mathematik von Adrian Wetzel, Ergänzungsblatt zur Formelsammlung mit Formeln und Tabellen zur Statistik.</i>
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	<i>Bei jeder Aufgabe muss ein formaler Lösungsweg angegeben werden.</i>
Anzahl erreichbarer Punkte	<i>Aufgabe 1: 6        Aufgabe 2: 3        Aufgabe 3: 4        Aufgabe 4: 5        Aufgabe 5: 11        Aufgabe 6: 5        Aufgabe 7: 4        Aufgabe 8: 4        Aufgabe 9: 5</i>  <i>Total: 47</i>  <i>Notenmassstab: 42 Punkte = Note 6</i>
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	<i>3</i>

**1 Differenzial- und Integralrechnung (4P, 2P)**

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = -\frac{1}{9}x^4 + 2x^2$ .

- Bestimmen Sie die Nullstellen und die Extremal- und Wendepunkte des Graphen der Funktion  $f$ . Zeichnen Sie dann den Graphen von  $f$ .
- Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, die vom Graphen von  $f$  und der  $x$ -Achse eingeschlossen ist.

**2 Differenzialrechnung (3P)**

Der Graph einer Funktion mit der Gleichung  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  berührt die  $x$ -Achse im Ursprung. Der Punkt  $H(1|1)$  ist der Hochpunkt des Graphen. Bestimmen Sie die Werte der Parameter  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  und geben Sie die Funktionsgleichung an.

**3 Integralrechnung (4P)**

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = e^{1-x} + 2x$ .

Der Graph von  $f$  begrenzt mit den Geraden  $g: y = 2x$  und  $h: x = t$  ( $t > 0$ ) und der  $y$ -Achse eine Fläche mit dem Inhalt  $A(t)$ . Skizzieren Sie den Sachverhalt sauber in einem Koordinatensystem und heben Sie die Fläche  $A(t)$  hervor. Berechnen Sie  $A(t)$  und bestimmen Sie den Grenzwert  $A = \lim_{t \rightarrow \infty} A(t)$ .

**4 Differenzialrechnung (2P, 3P)**

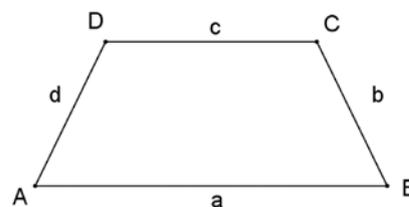
Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = \frac{8(x-1)}{x^2}$ .

- Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von  $f$  und die Gleichungen aller Asymptoten des Graphen von  $f$ . Skizzieren Sie dann den Graphen von  $f$ .
- Vom Ursprung aus legt man die Tangente an der Graphen der Funktion  $f(x)$ . Bestimmen Sie die Koordinaten des Berührungspunktes und die Gleichung der Tangente.

**5 Vektorgeometrie (2P, 3P, 2P, 2P, 2P)**

Gegeben sind die Punkte  $A(-3|2|1)$ ,  $B(5|-6|5)$ ,  $C(6|2|10)$  und  $D(2|6|8)$ .

- Zeigen Sie, dass das Viereck  $ABCD$  ein gleichschenkliges Trapez ist.
- Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes  $S$  der Geraden  $g = (AD)$  und  $h = (BC)$  und berechnen Sie ihren Schnittwinkel.
- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes  $ABCD$ .
- Bestimmen Sie die Koordinatengleichung der Ebene  $E$ , welche das Trapez  $ABCD$  enthält.
- Der Punkt  $P(6|2|-8)$  wird an der Ebene  $E$  gespiegelt. Berechnen Sie die Koordinaten des gespiegelten Punktes  $P'$ . Falls Sie die Teilaufgabe **d**) nicht lösen konnten, rechnen Sie bei dieser Teilaufgabe mit der Ebene  $E: -2x + 2y + z = 11$  weiter.



**6 Folgen und Reihen (2P, 3P)**

- a) Ein 6 m langer Holzstab wird in 15 Teile zersägt. Dabei ist jedes Teilstück jeweils um 4 cm länger als das zuvor abgesägte Stück. Es bleibt kein Stück übrig. Berechnen Sie die Länge des kürzesten Stückes.
- b) Die Summe der ersten zwei Glieder einer unendlichen geometrischen Folge ist 12, die Summe aller unendlich vielen Glieder ist 16. Bestimmen Sie die explizite Definition der Folgen, die diese Bedingungen erfüllen.

**7 Wahrscheinlichkeitsrechnung (1P, 1P, 2P)**

Ein idealer Würfel wird dreimal geworfen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- a) dreimal die gleiche Augenzahl erscheint?  
b) drei unterschiedliche Augenzahlen geworfen werden?  
c) die Summe der Augenzahlen 6 beträgt?

**8. Wahrscheinlichkeitsrechnung (1P, 1P, 2P)**

In einem Korb liegen 10 Muscheln, die alle gleich aussehen. Drei dieser Muscheln enthalten je eine Perle, die anderen sieben Muscheln sind leer. Jemand nimmt zufällig 3 Muscheln aus dem Korb heraus, öffnet sie dann und zählt die gefundene Perlen.

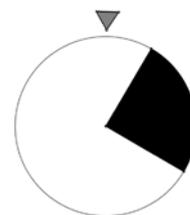
- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er alle drei Perlen gefunden?  
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er genau eine Perle gefunden?

$X$  sei die Anzahl der gefundenen Perlen.

- c) Stellen Sie mit einer Tabelle die Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $X$  auf und berechnen Sie den Erwartungswert  $E(X)$ .

**9 Beurteilende Statistik (3P, 2P)**

Aufgrund der langjährigen Nutzung des nebenstehend abgebildeten Glücksrads besteht Unsicherheit darüber, ob das Rad noch korrekt dreht und zufällig in irgendeiner Position stehen bleibt. Deshalb soll mit 100 Drehungen auf einem Signifikanzniveau von 10 % getestet werden, ob die Wahrscheinlichkeit für den schwarzen Sektor noch  $p_0 = \frac{1}{4}$  beträgt.



- a) Stellen Sie für diesen Test die Nullhypothese  $H_0$  und die Gegenhypothese  $H_1$  auf und bestimmen Sie den Verwerfungsbereich  $V$ .

Falls Sie Teilaufgabe a) nicht lösen konnten, gehen Sie bei Teilaufgabe b) vom Verwerfungsbereich  $V^* = [0; 20] \cup [30; 100]$  aus.

- b) Das Glücksrad wurde von seinem früheren Besitzer durch technische Massnahmen manipuliert. Effektiv beträgt die Wahrscheinlichkeit für den schwarzen Sektor nur  $p = \frac{1}{5}$ . Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das manipulierte Glücksrad bei diesem Test trotzdem als korrekt drehend eingestuft wird?