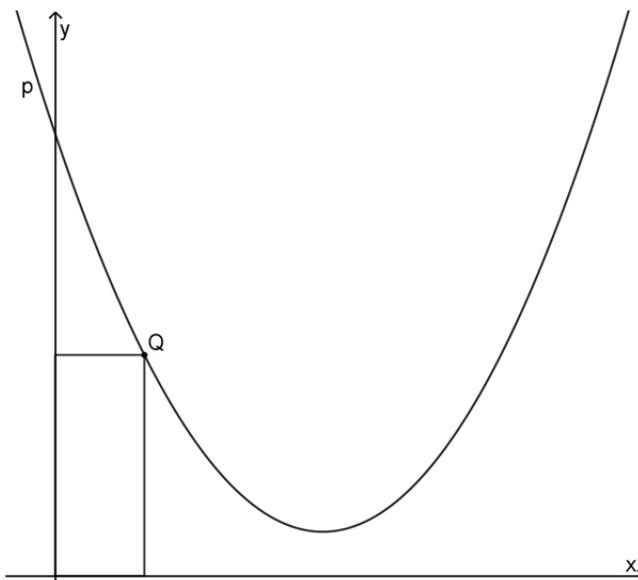


Fach	<i>Grundlagenfach Mathematik</i>
Prüfende Lehrpersonen	<i>Irina Bayer Jörg Donth Hannes Ernst (<a href="mailto:hannes.ernst@edulu.ch">hannes.ernst@edulu.ch</a>) Yves Gärtner Armin Hruby Felix Huber Roland Reichmuth</i>
Klassen	<i>6a / 6b / 6c / 6d / 6e / 6K</i>
Prüfungsdatum	<i>25. Mai 2018</i>
Prüfungsdauer	<i>3 Stunden</i>
Erlaubte Hilfsmittel	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Taschenrechner TI-30 ECO RS oder TI-30XS Multiview oder TI-30X Plus Multiview.</i></li> <li>- <i>&lt;Formelsammlung Mathematik von Adrian Wetzel&gt; bzw. &lt;Formeln, Tabellen, Begriffe DMK&gt;.</i></li> <li>- <i>Ergänzungsblätter zur Formelsammlung (8 Seiten, liegen der Prüfung bei) mit Formeln und Tabellen zur Statistik.</i></li> </ul>
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	<i>Bei jeder Aufgabe muss ein formaler Lösungsweg angegeben werden.</i>
Anzahl erreichbarer Punkte	<p><i>Aufgabe 1: 6 Aufgabe 2: 9 Aufgabe 3: 3 Aufgabe 4: 3 Aufgabe 5: 10 Aufgabe 6: 4 Aufgabe 7: 11</i></p> <p><i>Total: 46</i></p> <p><i>Notenmassstab: 40 Punkte = Note 6</i></p>
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	<i>4</i>

### 1 Differenzialrechnung (1P, 2P, 3P)

Gegeben ist eine Parabel  $p$  durch die Funktionsgleichung  $p(x) = \frac{1}{4}x^2 - 3x + 10$

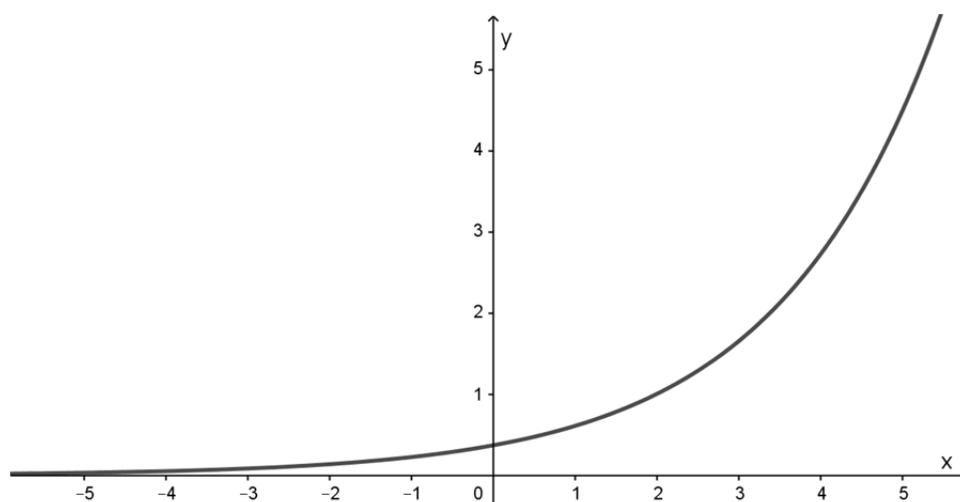
- Berechnen Sie die Koordinaten des Parabelscheitelpunktes  $S$ .
- Bestimmen Sie die Gleichung einer Parabeltangente  $t$ , welche zur Geraden  $g: y = -\frac{1}{2}x + \frac{15}{4}$  normal steht.
- Der Punkt  $Q(x_Q | y_Q)$  liegt auf der Parabel  $p$ , wobei  $x_Q > 0$  ist. Die beiden Koordinatenachsen und der Punkt  $Q$  spannen ein achsenparalleles Rechteck auf. Berechnen Sie den **minimalen Umfang** dieses Rechtecks.



### 2 Integralrechnung (2P, 2P, 2P, 3P)

Gegeben ist die Funktion  $f: x \mapsto e^{0.5x-1}$ .

- Zeigen Sie rechnerisch, dass die Gerade  $t: y = \frac{1}{2}x$  den Graphen von  $f$  berührt.
- Welchen Inhalt hat die Fläche, die vom Graphen von  $f$ , der  $y$ -Achse und der Geraden  $t$  eingeschlossen ist?
- Untersuchen Sie, ob im Intervall  $]-\infty; 0]$  die Fläche zwischen dem Graphen von  $f$  und der  $x$ -Achse einen endlichen Flächeninhalt besitzt und berechnen Sie diesen gegebenenfalls.
- Der Graph von  $f$  rotiert im Intervall  $[0; c]$  um die  $x$ -Achse. Welchen Wert hat  $c$ , wenn das Volumen dieses Rotationskörpers  $\pi(e^2 - \frac{1}{e^2})$  beträgt?



**3 Arithmetische Zahlenfolge (3P)**

Lösen Sie die Gleichung  $1 + 7 + 13 + \dots + x = 280$ , wobei  $x$  eine natürliche Zahl ist und die Summanden eine arithmetische Zahlenfolge bilden.

**4 Gebrochenrationale Funktion (3P)**

Gegeben ist eine Funktion  $f$  durch die Gleichung  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ .

Bestimmen Sie die Koordinaten derjenigen Punkte des Graphen von  $f$ , die eine horizontale Tangente besitzen.

**5 Wahrscheinlichkeitsrechnung (4P, 2P, 4P)**

Ein Fahrradfachgeschäft führt in seinem Angebot ausschliesslich die 4 Radtypen Citybike, Mountainbike, Trekkingbike und Rennrad.

Aus Erfahrung weiss der Besitzer Oskar Rademacher, über welche Räder sich die Kaufinteressenten informieren. Jeder informiert sich dabei immer nur über einen einzigen Fahrradtyp.

Die entsprechenden Prozentzahlen lauten:

Citybike	Mountainbike	Trekkingbike	Rennrad
40%	35%	23%	2%

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
- A. Von zwei aufeinanderfolgenden Interessenten informieren sich der erste über ein Mountainbike und der zweite über ein Citybike.
  - B. Von 20 Interessenten informieren sich genau 7 über ein Citybike.
  - C. Von 20 Interessenten informieren sich mindestens 8 über ein Citybike.
  - D. Von mehreren aufeinanderfolgenden Interessenten informiert sich erstmals der siebte über ein Trekkingbike.
- b) Berechnen Sie, wie viele Kaufinteressenten sich mindestens informieren müssen, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich wenigstens eine Person über ein Rennrad informiert, mehr als 90% beträgt.
- c) Bei Oskar Rademacher gelten für die vier Fahrradtypen folgende durchschnittlichen Verkaufspreise:

Citybike	Mountainbike	Trekkingbike	Rennrad
300 Franken	350 Franken	400 Franken	1000 Franken

Ein Käufer eines Fahrrads wählt den Typ gemäss den obigen Prozentzahlen für die Interessenten aus. Welche mittleren Einnahmen pro Käufer kann Oskar Rademacher erwarten?

Durch Erhöhung des durchschnittlichen Preises für ein Citybike möchte Oskar Rademacher die zu erwartenden Einnahmen aller Fahrradtypen um 4% steigern.

Bestimmen Sie den erhöhten durchschnittlichen Preis für ein Citybike.

**6 Beurteilende Statistik (3P, 1P)**

Bei den bisherigen Wahlen in einer Kleinstadt kam die Partei A jeweils auf einen Wähleranteil von höchstens 20%. In zwei Monaten stehen wieder Wahlen an. Vor einigen Monaten führte die Partei eine Werbekampagne durch und hoffte, dass dadurch der Wähleranteil auf mehr als 20% ansteigt.

Die Wahlkampfleiterin zweifelt aber, ob dies gelungen ist und rät zu einer weiteren Kampagne in der Endphase des Wahlkampfes.

Deshalb soll jetzt in einer Umfrage mit einer Stichprobe von 100 zufällig ausgewählten Wahlberechtigten getestet werden, wieviele der Befragten voraussichtlich die Partei A wählen werden.

Die Nullhypothese  $H_0$  "die Partei A würde momentan höchstens 20% der Wählerstimmen erhalten" soll auf einem Signifikanzniveau von 5% getestet werden.

- Berechnen Sie zu dieser Nullhypothese den Verwerfungsbereich  $V$  und stellen Sie die zugehörige Entscheidungsregel auf.
- Die Umfrage ergibt, dass 24 Befragte die Partei A wählen wollen. Soll eine weitere Kampagne durchgeführt werden? Zu welcher Entscheidung würden Sie der Parteileitung raten?

**7 Vektorgeometrie (1P, 2P, 2P, 3P, 3P)**

Gegeben sind die Gerade  $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$  und der Punkt  $P(1|4|-2)$ .

- Geben Sie eine andere Parametergleichung von  $g$  an. Es müssen beide Vektoren ersetzt werden.
- Bestimmen Sie den Schnittpunkt und den Schnittwinkel von  $g$  mit der  $xz$ -Ebene.
- $g$  und  $P$  liegen in der Ebene  $E$ . Bestimmen Sie die Koordinatengleichung von  $E$ .
- $P$  ist von einem auf der  $x$ -Achse liegenden Punkt  $Q$  doppelt so weit entfernt wie vom Ursprung. Berechnen Sie die Koordinaten von  $Q$ .
- Die Gerade  $h: \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -12 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 2 \\ -a \\ a-3 \end{pmatrix}$  schneidet  $g$  senkrecht. Bestimmen Sie den Wert von  $a$  und die Koordinaten des Schnittpunktes  $S$ .