

Kantonsschule Reussbühl

Fach	Grundlagenfach Mathematik
Prüfende Lehrpersonen	Hannes Ernst Yves Gärtner ( <a href="mailto:yves.gaertner@edulu.ch">yves.gaertner@edulu.ch</a> ) Armin Hruby Felix Huber Roland Reichmuth
Klassen	6b / 6c / 6d / 6e / 6K
Prüfungsdatum	27. Mai 2019
Prüfungsdauer	3 Stunden
Erlaubte Hilfsmittel	- Taschenrechner TI-30 ECO RS oder TI-30XS Multiview oder TI-30XB Multiview oder TI-30X Plus Multiview - Formelsammlung Mathematik von Adrian Wetzel bzw. Formeln, Tabellen, Begriffe DMK - Ergänzungsblätter zur Formelsammlung (8 Seiten, liegen der Prüfung bei) mit Formeln und Tabellen zur Statistik
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	Bei jeder Aufgabe muss ein formaler Lösungsweg angegeben werden.
Anzahl erreichbarer Punkte	Aufgabe 1: 2 Aufgabe 2: 8 Aufgabe 3: 4 Aufgabe 4: 4 Aufgabe 5: 3 Aufgabe 6: 10 Aufgabe 7: 5 Aufgabe 8: 5 <u>Aufgabe 9: 4</u> Total: 45 Notenmassstab: 40 Punkte = Note 6
Anzahl Seiten (inkl. Titel- blatt)	4

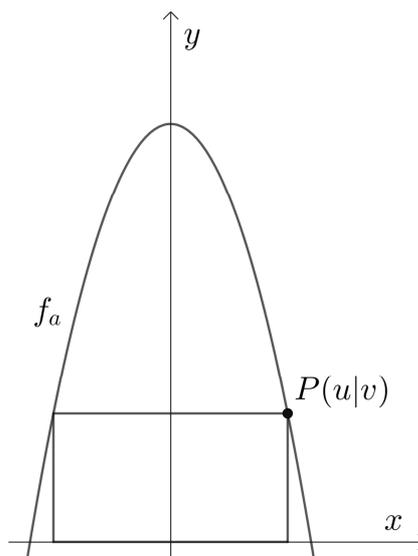
**1 Differenzial- und Integralrechnung (1P, 1P)**

- a) Bestimmen Sie  $f'(x)$  für  $f(x) = (2019 - x)^{2019}$ .
- b) Geben Sie eine Stammfunktion von  $f(x)$  an für  $f(x) = \frac{4x^5 - x}{x^2}$ .

**2 Differenzial- und Integralrechnung (2P, 3P, 3P)**

Gegeben ist die Funktionenschar  $f_a(x) = 9 - a^2 x^2$ .

- a) Wie lautet die Gleichung der Tangente  $t$  an den Graphen von  $f_1(x) = 9 - x^2$  an dessen positiver Nullstelle?
- b) Für welchen positiven Wert des Parameters  $a$  schliesst der Graph von  $f_a$  mit der  $x$ -Achse eine Fläche mit dem Inhalt 9 ein?
- c) Ein Punkt  $P(u|v)$  liegt auf dem Graphen von  $f_{\sqrt{3}}(x) = 9 - 3x^2$  im 1. Quadranten. Er spannt mit dem Graph von  $f_{\sqrt{3}}$  und der  $x$ -Achse wie abgebildet ein achsenparalleles Rechteck auf. Wie gross ist sein Flächeninhalt maximal?

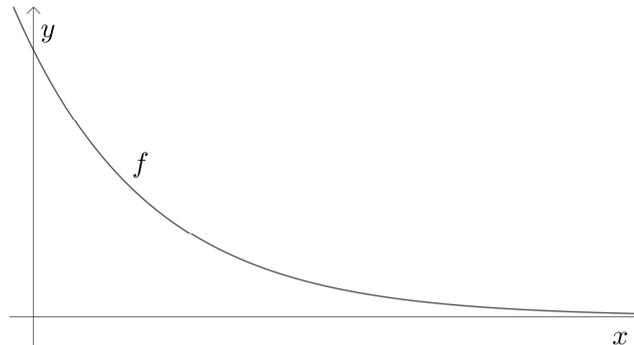
**3 Differenzialrechnung (4P)**

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = e^x \cdot (x^2 - 2x)$ .

Berechnen Sie die Koordinaten aller lokalen Hoch- und Tiefpunkte des Graphen von  $f$ .

**4 Integralrechnung (2P, 2P)**

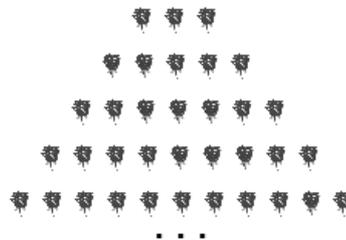
Gegeben ist die Funktion  $f(x) = 4e^{-0.5x}$ .



- a) Untersuchen Sie, ob die vom Graphen von  $f$  und der  $x$ -Achse über dem Intervall  $[0; \infty[$  ins Unendliche reichende Fläche einen endlichen Flächeninhalt  $A$  besitzt. Geben Sie gegebenenfalls  $A$  an.
- b) Die im Intervall  $[0; \ln(4)]$  zwischen dem Graphen von  $f$  und der  $x$ -Achse liegende Fläche rotiert um die  $x$ -Achse. Bestimmen Sie das Volumen des Rotationskörpers.

**5 Folgen und Reihen (3P)**

Nelly pflanzt in ihrem Garten ein trapezförmiges Rosenbeet an. In der ersten Reihe hat es drei Rosen, in jeder weiteren Reihe zwei Rosen mehr. Insgesamt sind es 399 Rosen. Wie viele Reihen hat das Rosenbeet von Nelly?

**6 Vektorgeometrie (2P, 2P, 3P, 3P)**

Die Punkte  $A(2|5|4)$ ,  $B(4|1|4)$  und  $C(3|5|5)$  liegen in der Ebene  $E: 2x + y - 2z - 1 = 0$ .

- a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes  $D$  so, dass das Viereck  $ABCD$  ein Parallelogramm ist.
- b) Berechnen Sie die Grösse des Winkels  $\beta = \angle ABC$  bei der Ecke  $B$  des Parallelogramms.
- c) Die Gerade  $g$  geht durch die Punkte  $A$  und  $B$ . Welchen Abstand hat der Punkt  $P(-2|-2|10)$  von der Geraden  $g$ ?
- d) Weisen Sie nach, dass der Punkt  $H(-2|3|8)$  nicht in der Ebene  $E$  liegt. Spiegeln Sie dann den Punkt  $H$  an der Ebene  $E$  und geben Sie die Koordinaten des gespiegelten Punktes  $H'$  an.

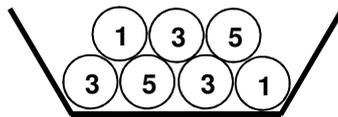
**7 Wahrscheinlichkeitsrechnung (2P, 2P, 1P)**

Erfahrungsgemäss haben Zugreisende bei der SBB in 98 % aller Fälle einen gültigen Fahrausweis. Zugreisende ohne gültigen Fahrausweis nennt man Schwarzfahrer.

- Wie wahrscheinlich ist es, dass ein Kundenbegleiter bei der Fahrausweiskontrolle in einem Waggon mit 70 Zugreisenden genau drei Schwarzfahrer erwischt?
- Wie viele Zugreisende muss ein Kundenbegleiter mindestens kontrollieren, um mit einer Wahrscheinlichkeit grösser als 90 % mindestens einen Schwarzfahrer zu erwischen?
- Auf wie viele Schwarzfahrer trifft ein Kundenbegleiter im Durchschnitt in einem Zug mit 7 Waggons zu je 70 Zugreisenden?

**8 Wahrscheinlichkeitsrechnung (2P, 1P, 2P)**

In einer Urne befinden sich sieben Kugeln, je zwei mit den Ziffern 1 und 5, sowie drei mit der Ziffer 3.



Zuerst zieht Hans zufällig eine Kugel, welche er nicht zurücklegt. Anschliessend zieht Diana zufällig eine der restlichen sechs Kugeln. Dann werden keine weiteren Kugeln mehr gezogen.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht Diana die gleiche Ziffer wie Hans?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat die zweite (von Diana gezogene) Kugel die Ziffer 3?
- Diana hat in ihrer Ziehung eine Kugel mit der Ziffer 3 gezogen. Wie wahrscheinlich ist es, dass vorher Hans in seiner Ziehung eine Kugel mit der Ziffer 1 gezogen hatte?

**9 Beurteilende Statistik (3P, 1P)**

Ein Medikament gegen Magenbeschwerden wirkt bei 70 % der Patienten. Ein neu entwickeltes Medikament verspricht eine noch höhere Erfolgsquote.

Eine Ärztin will das neue Medikament zuerst an 25 ihrer Patienten auf einem Signifikanzniveau von 5 % testen, bevor sie damit das bisherige Medikament definitiv ersetzt.

- Helfen Sie der Ärztin: Formulieren Sie die Null- und die Gegenhypothese und bestimmen Sie den Verwerfungsbereich.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleibt die Ärztin (aufgrund der Resultate ihres Signifikanztests) beim Einsatz des alten Medikaments, obwohl mit einer grossangelegten Studie nachgewiesen werden konnte, dass das neue Medikament bei 90 % der Patienten wirkt?