

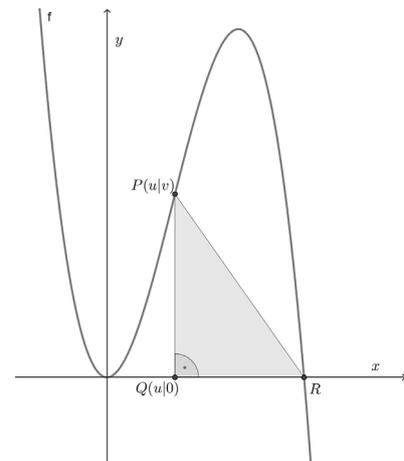
Kantonsschule Reussbühl

Fach	Grundlagenfach Mathematik
Prüfende Lehrpersonen	Nils Andersen Irina Bayer Jörg Donth Yves Gärtner ( <a href="mailto:yves.gaertner@edulu.ch">yves.gaertner@edulu.ch</a> ) Roland Reichmuth
Klassen	6a / 6b / 6c / 6d / 6K
Prüfungsdatum	19. Mai 2020
Prüfungsdauer	3 Stunden
Erlaubte Hilfsmittel	- Taschenrechner TI-30 ECO RS oder TI-30XS Multiview oder TI-30XB Multiview oder TI-30X Plus Multiview - Formelsammlung Mathematik von Adrian Wetzel bzw. Fundamentum Mathematik und Physik DMK bzw. Formeln, Tabellen, Begriffe DMK
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	Bei jeder Aufgabe muss ein formaler Lösungsweg angegeben werden.
Anzahl erreichbarer Punkte	Aufgabe 1: 7 Aufgabe 2: 4 Aufgabe 3: 6 Aufgabe 4: 3 Aufgabe 5: 9 Aufgabe 6: 7 Aufgabe 7: 3 <u>Aufgabe 8: 6</u> Total: 45 Notenmassstab: 40 Punkte = Note 6.0
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	4

**1 Differenzialrechnung (3P, 4P)**

Gegeben ist die Funktion  $f: x \mapsto -\frac{4}{3}x^3 + 4x^2$ .

- a) Berechnen Sie die Nullstellen und die Koordinaten der Extremal- und Wendepunkte des Graphen von  $f$ .
- b) Der Punkt  $P(u|v)$  liegt im 1. Quadranten auf dem Graphen von  $f$ . Bestimmen Sie die Koordinaten von  $P$  so, dass das grau schraffierte, rechtwinklige Dreieck  $\Delta PQR$  maximalen Flächeninhalt hat (vgl. nebenstehende Abbildung;  $R(3|0)$ ).

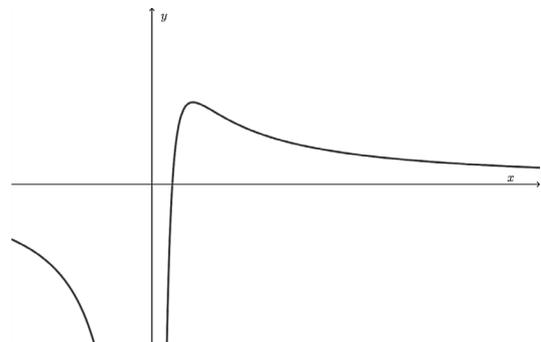
**2 Differenzialrechnung (4P)**

Ermitteln Sie die Lage des Wendepunktes des Graphen der Funktion  $f: x \mapsto x \cdot e^{1-x}$  und zeigen Sie, dass die Wendetangente durch den Punkt  $P(4|0)$  verläuft.

**3 Differenzial- und Integralrechnung (4P, 2P)**

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = \frac{4x-2}{x^2}$ .

- a) Geben Sie den maximalen Definitionsbereich von  $f$  an und bestimmen Sie die Gleichungen aller Asymptoten, die Nullstellen und die Koordinaten des Hochpunktes.
- b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die vom Graphen von  $f$ , den Geraden  $x = 1$ ,  $x = e$  und der  $x$ -Achse im 1. Quadranten vollständig eingeschlossen wird.

**4 Integralrechnung (1P, 2P)**

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = 3\sqrt{x}$ .

- a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f$  im Intervall  $0 \leq x \leq 9$ .
- b) Bestimmen Sie den Wert des Parameters  $b$  so, dass das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn man den Graphen von  $f$  zwischen  $x = 0$  und  $x = b$  um die  $x$ -Achse dreht, den Inhalt  $9\pi$  hat.

**5 Vektorgeometrie (1P, 1P, 2P, 2P, 3P)**

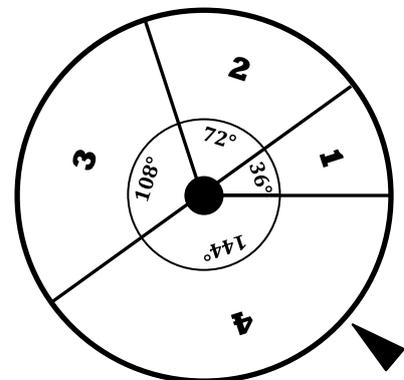
Gegeben sind die Ebene  $E: 2x - y + 3z - 9 = 0$  und die zwei Punkte  $A(-4|0|1)$  und  $B(-3|3|6)$ . Der Punkt  $A$  liegt nicht in der Ebene  $E$ .

- Zeigen Sie, dass der Punkt  $B$  in der Ebene  $E$  liegt.
- Geben Sie eine Parametergleichung der Geraden  $g$ , die durch die Punkte  $A$  und  $B$  geht, an.
- Die Normale  $n$  zur Ebene  $E$  durch den Punkt  $A$  schneidet die Ebene  $E$  im Punkt  $A'$ . Geben Sie eine Parametergleichung der Normalen  $n$  an und berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes  $A'$ . (Kontrolle:  $A'(-2|-1|4)$ )
- Die Punkte  $A$ ,  $A'$  und  $B$  bilden ein rechtwinkliges Dreieck. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks  $\Delta AA'B$ .
- Der Punkt  $Q(x|y|2)$  liegt in der Ebene  $E$  so, dass die Strecke  $A'Q$  senkrecht auf der Strecke  $A'B$  steht. Berechnen Sie die  $x$ - und die  $y$ -Koordinate von  $Q$ .

**6 Wahrscheinlichkeitsrechnung ((1P, 2P), 2P, 2P)**

(Gerundete Resultate sind auf 4 Stellen nach dem Komma anzugeben!)

Ein Glücksrad hat Sektoren mit den Aufschriften **1**, **2**, **3** und **4**, wobei die Grösse des Sektors proportional zur Zahl ist (siehe nebenstehende Abbildung).



- In einem Spiel gewinnt der Spieler nur, wenn ein feststehender Pfeil nach dem Drehen des Rads auf das Feld mit der Aufschrift **4** zeigt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt der Spieler bei 20 Spielen
  - genau 2 Mal?
  - mehr als 2 Mal?
- In einem anderen Spiel gewinnt der Spieler, wenn der Sektor mit der Zahl **1** angezeigt wird. Wie oft muss das Glücksrad mindestens gedreht werden, um mit mindestens 95% Wahrscheinlichkeit mindestens einmal zu gewinnen?
- In einem weiteren Spiel muss der Spieler einen festen Einsatz  $x$  bezahlen und darf das Glücksrad einmal drehen. Ist die angezeigte Zahl gerade, erhält der Spieler die Zahl als Frankenbetrag ausbezahlt, ist die Zahl ungerade, muss er die Zahl als Frankenbetrag zusätzlich bezahlen. Bei welchem Einsatz  $x$  ist das Spiel fair?

**7 Wahrscheinlichkeitsrechnung (1P, 2P)**

(Gerundete Resultate sind auf 4 Stellen nach dem Komma anzugeben!)

In einem Haus wird eine Alarmanlage eingebaut. Bei einem Einbruch löst sie mit der Wahrscheinlichkeit von  $p = 0.9$  einen Alarm aus. Wenn kein Einbruch verübt wird, wird fälschlicherweise mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.01 ein Alarm ausgelöst. Die Einbruchswahrscheinlichkeit beträgt in diesem Wohngebiet 0.001.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet in diesem Haus ein Einbruch statt, der einen Alarm auslöst?
- b) Die Anlage löste soeben einen Alarm aus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde dieser Alarm durch einen Einbruch ausgelöst?

**8 Folgen und Reihen ((1P, 2P, 1P), 2P)**

Gegeben sind die ersten beiden Glieder einer Zahlenfolge:  $5, \frac{10}{3}, \dots$ .

- a) Es handelt sich um eine geometrische Folge.
  - i. Bestimmen Sie die Summe der ersten 5 Glieder.
  - ii. Welches Glied dieser geometrischen Folge ist erstmals kleiner als 0.001?
  - iii. Berechnen Sie den Grenzwert der unendlichen geometrischen Reihe  $5 + \frac{10}{3} + \dots$ .
- b) Es handelt sich um eine arithmetische Folge.

Die Summe der ersten  $n$  Glieder beträgt  $-\frac{650}{3}$ . Berechnen Sie  $n$ .