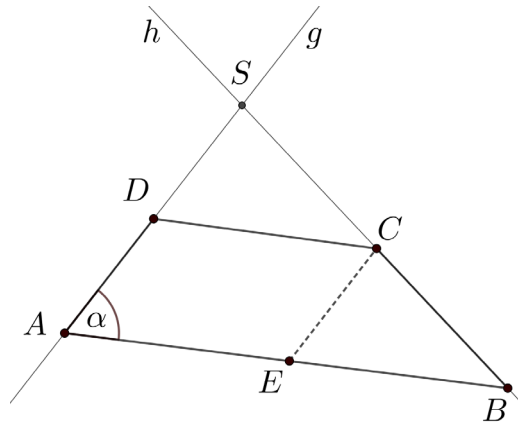


Kantonsschule Reussbühl Luzern

Fach	Grundlagenfach Mathematik
Prüfende Lehrpersonen	Irina Bayer Yves Gärtner Felix Huber ( <a href="mailto:felix.huber@sluz.ch">felix.huber@sluz.ch</a> ) Roland Reichmuth Daniel Zurmühle
Klassen	6a / 6b / 6c / 6e / 6K
Prüfungsdatum	25. Mai 2022
Prüfungsdauer	3 Stunden
Erlaubte Hilfsmittel	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Taschenrechner TI-30 ECO RS oder            TI-30XS Multiview oder            TI-30XB Multiview oder            TI-30X Plus Multiview</li> <li>- Fundamentum Mathematik und Physik DMK bzw.            Formeln, Tabellen, Begriffe DMK</li> <li>- Ergänzungsblätter zur Formelsammlung (8 Seiten, liegen der            Prüfung bei) mit Formeln und Tabellen zur Statistik</li> </ul>
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	Bei jeder Aufgabe muss ein formaler Lösungsweg angegeben werden.
Anzahl erreichbarer Punkte	Aufgabe 1: 11 Aufgabe 2: 2 Aufgabe 3: 7 Aufgabe 4: 9 Aufgabe 5: 9 Aufgabe 6: 3 <u>Aufgabe 7: 3</u> Total: 44  Notenmassstab: 40 Punkte = Note 6.0
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	5

**1 Vektorgeometrie** (2P, 1P, 2P, 3P, 1P, 2P)

Gegeben sind die Eckpunkte  $A(2|-1|7)$ ,  $B(8|7|-7)$ ,  $C(-1|8|-6)$  und  $D(-4|4|1)$  des Vierecks  $ABCD$ .



- Zeigen Sie, dass das Viereck  $ABCD$  ein Trapez ist.
- Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes  $E \in AB$  so, dass das Viereck  $AECD$  ein Parallelogramm ist.
- Berechnen Sie den Winkel  $\alpha = \sphericalangle BAD$ .
- Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes  $S$  der Geraden  $g = (AD)$  und der Geraden  $h = (BC)$ .
- Die Ebene  $F$  wird von der Geraden  $i: \vec{r} = \begin{pmatrix} -13 \\ 22 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  im Punkt  $G(-19|10|-4)$  senkrecht durchstossen. Bestimmen Sie die Koordinatengleichung der Ebene  $F$ .
- In welchem Punkt  $Q$  durchstösst die Gerade  $g = (AD)$  die Ebene  $F$ ?

*Falls Sie die Teilaufgabe e) nicht lösen konnten, verwenden Sie in der Teilaufgabe f) anstelle der Ebene  $F$  die Ersatzebene  $F': 2x + y - z + 3 = 0$ .*

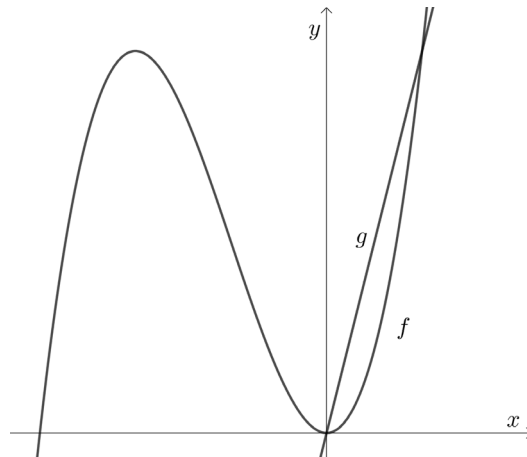
**2 Differenzial- und Integralrechnung I** (1P, 1P)

- Bestimmen Sie  $f'(x)$  für  $f(x) = x \cdot e^{-x}$ .
- Bestimmen Sie eine Stammfunktion von  $f(x)$  für  $f(x) = \cos(3x)$ .

### 3 Differenzial- und Integralrechnung II (4P, 3P)

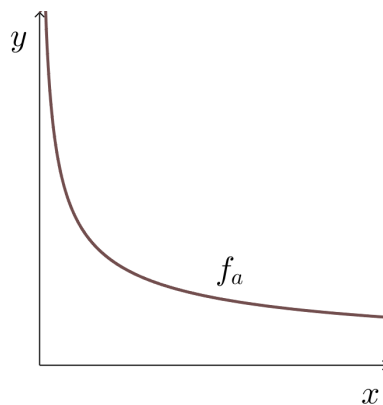
Gegeben sind die Funktionen  $f(x) = x^3 + 3x^2$  und  $g(x) = 4x$ .

- Berechnen Sie die Nullstellen und die Koordinaten der Extrem- und Wendepunkte von  $f$ .
- Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks, das von den Graphen von  $f$  und  $g$  im ersten Quadranten eingeschlossen ist.



### 4 Differenzial- und Integralrechnung III (1P, 1P, 2P, 2P, 3P)

Gegeben ist die Funktionenschar  $f_a$  durch ihre Gleichung  $f_a(x) = \frac{a}{\sqrt{x}}$  mit  $a > 0$ .



- Geben Sie den Definitionsbereich von  $f_a$  an.
- Für welchen Wert von  $a$  verläuft der Graph von  $f_a$  durch den Punkt  $P(9|2)$ ?
- Der Graph von  $f_a$  rotiert im Intervall  $[1; e]$  um die  $x$ -Achse. Für welchen Wert von  $a$  ist der Inhalt des Rotationsvolumens 1?

Es sei nun  $a = 4$ .

- Wie gross ist der Inhalt der nach oben unbegrenzten Fläche zwischen  $f_4$  und der  $x$ -Achse im Intervall  $(0; 1]$ ?
- Welche Ursprungsgerade  $g: y = mx$  schneidet den Graphen von  $f_4$  senkrecht?

**5 Wahrscheinlichkeitsrechnung (1P, 1P, 1P, 1P, 2P, 1P, 2P)**

Ein Detailhändler verkauft Bio-, Freiland- und Bodenhaltungseier aus Schweizer Produktion sowie Importeier aus dem Ausland. Der Detailhändler verkauft ausschliesslich 6er-Schachteln, alle Eiersorten sind stets verfügbar und kein Kunde kauft mehr als eine Schachtel. Die Käufe erfolgen zudem unabhängig voneinander.

Die stabilen Verkaufsanteile betragen:

Bioeier	Freilandeier	Bodenhaltungseier	Importeier
16%	34%	27%	23%

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es sich bei den nächsten drei verkauften Schachteln um je eine Schachtel Bioeier, Freilandeier und Bodenhaltungseier handeln wird? Die Reihenfolge der Verkäufe spielt keine Rolle.
- Jemand hat eine Schachtel Eier gekauft. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es sich um Bodenhaltungseier handelt, wenn man weiss, dass die Eier aus Schweizer Produktion stammen?
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter den nächsten fünf verkauften Schachteln genau zwei Schachteln Bioeier sein werden?
- Wie viele verkaufte Schachteln Bioeier darf der Detailhändler pro 25 verkaufte Schachteln erwarten?
- Wie viele Schachteln müssten mindestens verkauft werden, damit die Wahrscheinlichkeit, dass sich darunter mindestens eine Schachtel Bioeier befindet, mindestens 95% beträgt?

Die Verkaufspreise pro 6er-Schachtel sind:

Bioeier	Freilandeier	Bodenhaltungseier	Importeier
Fr. 4.80	Fr. 3.60	Fr. 2.50	Fr. 1.45

- Welchen durchschnittlichen Erlös pro verkaufte Schachtel darf der Detailhändler erwarten?
- Eileen hat zu Ostern zehn Eier hartgekocht und spielt «Eiertütschen» gegen Einar. Sie wählt ein Ei und «tütscht» damit gegen ein anderes Ei, das Einar in der Hand hält. Falls die Schale ihres Eies bricht, ist das Spiel zu Ende, sonst geht das Spiel in die nächste Runde und beide wählen ein neues Ei. Das Spiel hört spätestens dann auf, wenn Eileen gegen das fünfte Ei von Einar «getütscht» hat. Beim «Tütschen» haben beide jeweils die gleiche Siegeschance. Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Spielrunden auf.

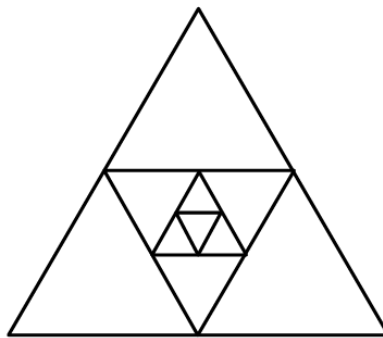
### 6 Beurteilende Statistik (3P)

Der Dartspieler Max behauptet, dass er normalerweise mit mindestens 50%iger Sicherheit das «bull's eye» trifft, also die Mitte der Dartzielscheibe. Seine Freunde glauben ihm nicht und wollen zeigen, dass seine Trefferquote kleiner als 50% ist. Als Test dazu soll Max 100-mal einen Dartpfeil auf die Zielscheibe werfen und auf das «bull's eye» zielen. Die Anzahl Treffer, die er erzielt, wird entscheiden, ob seine Trefferquote in Wahrheit nicht kleiner als 50% ist.

Formulieren Sie die Nullhypothese und die Gegenhypothese. Bestimmen Sie dann den Annahme- und den Verwerfungsbereich bei einem Signifikanzniveau von 10%.

### 7 Folgen und Reihen (3P)

Einem gleichseitigen Dreieck mit der Seitenlänge  $s = 10$  wird ein wiederum gleichseitiges Dreieck einbeschrieben, und zwar so, dass die Ecken des neuen auf den Seitenmitten des ursprünglichen Dreiecks liegen. Das Verfahren wird mehrmals wiederholt.



Berechnen Sie den Flächeninhalt des fünften Dreiecks und die Summe der Flächeninhalte der ersten fünf Dreiecke.