KANTONSSCHULE REUSSBÜHL

Maturitätsprüfungen 2002
(Ko, Sw)

Schwerpunktfach Physik und Anwendungen der Mathematik

Bemerkungen : Zeit : Drei Stunden
Jede vollständig gelöste Aufgabe wird mit 10 Punkten bewertet. Für 32 Punkte wird die Note 6 erteilt.
Erlaubte Hilfsmittel : DMK/DPK Formelsammlung
Taschenrechner TI-89

1. a) In einem H-Atom ist der Ort des Elektrons mit der Unschärfe r festgelegt. Die Impulsunschärfe sei p. Zeigen sie, dass aus der Unschärferelation
   $r \cdot p = \frac{h}{2\pi}$ folgt, dass die Bewegungsenergie $E_{kin} = \frac{h^2}{8\pi^2 \cdot m_e \cdot r^2}$ beträgt.

   b) Der Radius des H-Atoms im Grundzustand ist dadurch ausgezeichnet, dass die Gesamtenergie, also die Summe aus kinetischer und potentieller Energie, minimal ist. $E_{pot} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o \cdot r}$.
   Berechnen Sie den Radius r_o und die zugehörige Gesamtenergie.

   c) Nehmen wir an, das Volumen von 1 kg dicht gepackter H-Atome werde durch hohen Druck um 10% verringert, ihr Radius also um etwa 3,5%.
   Welche Kompressionsarbeit ist dazu nötig? Wie gross ist der mittlere Druck während der Kompression?
   Sollten Sie b) nicht gelöst haben, so rechnen Sie mit $r_o = 5{,}2 \cdot 10^{-11}$m

2. Der Glühdraht (Wolfram) einer 100W-Glühlampe für 230V habe im Betrieb eine Temperatur von 3000°C. Der Glühdraht werde als gerade, ungewendelt angenommen, was bei wirklichen Lampen nicht der Fall ist.
   a) Wie gross ist der Widerstand der Lampe in Betrieb, wie gross beim Einschalten? Berechnen Sie auch den Betriebs- und den Einschaltstrom.
   b) Wie gross ist die strahlende Fläche, wenn wir annehmen, der Draht strahle wie ein schwarzer Körper
   c) Berechnen Sie aus den Resultaten von a) und b) Radius und Länge des Glühdrahtes.

   Für manche Zwecke, z.B. bei Lampen für Scheinwerfer und Projektionsgeräte benötigt man einen kompakten Glühdraht um eine möglichst punktförmige Lichtquelle zu haben. Das lässt sich mit Niedervoltlampen realisieren.
   d) Berechnen Sie Radius und Länge des Glühdrahtes, wenn die Betriebsspannung der 100 W-Lampe 12V betragen soll.

3. a) Eine perspektive Affinität ist bestimmt durch die Achse s: $x + 2y = 0$ und das entsprechende Punktepaar P(0/6), P'(-4/-6).
   Bestimme die Affinitätsrichtung und die Abbildungsgleichungen und bilde dann den Kreis k: $x^2 + y^2 = 9$ ab; bestimme Mittelpunkt und Halbachsen der entstandenen Ellipse.
   b) Löse zuerst die homogene Differenzialgleichung $x^2y' + 2xy = 0$ exakt und formal (ohne CAS) und erstelle anschliessend für die inhomogene Differenzialgleichung $x^2y' + 2xy \underline{+ 4} = 0$ eine *Tabelle des Richtungsfeldes* in den Gitternetzpunkten $\{(x,y) \mid 0 < x \leq 4, -3 \leq y \leq 3 \text{ und } x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\}$; versuche anhand des Richtungsfeldes für die zweite Differenzialgleichung den Graphen der Lösungsfunktion durch den Punkt $P(1 \mid 0)$ im Intervall $0 < x \leq 4$ zu zeichnen.

4. Gegeben ist die Abbildung $f : z \mapsto w = \frac{z+1}{z-1} = 1 + \frac{2}{z-1}$ der komplexen z-Ebene auf die w - Ebene.
   a) Bestimme den Definitionsbereich, die Fixpunkte und vergleiche die Umkehrfunktion f^{-1} mit der gegebenen Funktion f.
   b) Weise formal nach, dass die reelle Achse der z-Ebene auf die reelle Achse der w-Ebene und die imaginäre Achse der z-Ebene auf den Einheitskreis der w-Ebene abgebildet wird. Ist die reelle Achse eine Fixpunktgerade ?
   c) z durchläuft die positiven ganzzahligen Vielfachen der imaginären Einheit vom Nullpunkt aus, durchläuft also die Folge $z_n = n \cdot \boldsymbol{i}$ für $n \in \mathbb{N}_o$. Berechne die Bilder w_n der Werte $z_n = n \cdot \boldsymbol{i}$ für n = 0, n = 1, n = 2, n = 3 und für allgemeines n.
   d) Bestimme den Grenzwert der Folge w_n für $n \to \infty$; auf welchen Kurventeil in der w-Ebene wird der positive Teil der imaginären Achse der z-Ebene abgebildet ?
   e) Schraffiere das Gebiet der w-Ebene, auf welches der erste Quadrant der z-Ebene abgebildet wird.