

Kantonsschule Reussbühl Luzern

Fach	<i>Grundlagenfach Mathematik</i>
Prüfende Lehrpersonen	<i>Irina Bayer Yves Gärtner Armin Hruby Felix Huber Roland Reichmuth</i>
Klassen	<i>6a / 6b / 6c / 6d / 6e / 6f / 6K</i>
Prüfungsdatum	<i>24. Mai 2013</i>
Prüfungsdauer	<i>3 Stunden</i>
Erlaubte Hilfsmittel	<i>Formeln, Tabellen, Begriffe Taschenrechner TI 83+ bzw. TI voyage200</i>
Anweisungen zur Lösung der Prüfung	<i>Bei jeder Aufgabe muss ein formaler Lösungsweg angegeben werden.</i>
Anzahl erreichbarer Punkte	<i>Aufgabe 1: 9 Aufgabe 2: 2 Aufgabe 3: 9 Aufgabe 4: 4 Aufgabe 5: 10 Aufgabe 6: 7 Aufgabe 7: 4 <u>Aufgabe 8: 5</u> Total: 50</i> <i>Für 45 Punkte wird die Note 6 erteilt (Notenskala linear)</i>
Anzahl Seiten (inkl. Titelblatt)	<i>4</i>

1 Wahrscheinlichkeitsrechnung I (1P, 2P, 3P, 3P)

In einer Urne befinden sich 3 rote, 4 blaue und 5 gelbe Kugeln.

- Es wird dreimal eine Kugel ohne Zurücklegen gezogen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass drei gelbe Kugeln gezogen werden?
- Es wird zehnmal eine Kugel mit Zurücklegen gezogen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau drei blaue Kugeln dabei sind?
- Es wird mit Zurücklegen gezogen. Wie oft muss gezogen werden, damit die Wahrscheinlichkeit, wenigstens eine rote Kugel zu ziehen, mindestens 99% beträgt?
- Es wird folgendes Spiel angeboten: Für einen Einsatz von sechs Franken darf man eine Kugel ziehen. Falls diese blau ist, erhält man drei Franken zurück. Falls diese gelb ist, bekommt man nichts zurück. Wie viel muss im Fall, dass die Kugel rot ist, ausbezahlt werden, damit das Spiel fair ist (d.h. der Erwartungswert für den Gewinn = 0 ist)?

2 Wahrscheinlichkeitsrechnung II (2P)

Für eine Population gilt: 73 % sind Nichtraucher, 27 % sind Raucher. Das Risiko, an Lungenkrebs zu erkranken, beträgt bei einem Raucher 15 %, bei einem Nichtraucher 0.8 %. Jemand aus dieser Population ist an Lungenkrebs erkrankt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es sich um einen Raucher handelt?

3 Vektorgeometrie (2P, 1P, 2P, 2P, 2P)

Gegeben sind die vier Punkte: A(3|6|5), B(2|2|4), C(-1|-2|5), P(3|-2|7)

und die Gerade $h: \vec{r} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

- Bestimmen Sie die Koordinatengleichung der Ebene E, welche die Punkte A, B und C enthält.

Falls Sie die Gleichung von E unter Teilaufgabe a) nicht bestimmen konnten, lösen Sie die Teilaufgaben b) und c) mit der Ebenengleichung $F: 2x - y + 2z - 14 = 0$ anstelle von E.

- Gesucht ist die Gleichung der zu E parallelen Ebene H, welche durch den Punkt P geht.
- Bestimmen Sie die Koordinaten des Durchstosspunktes D der Geraden h mit der Ebene E.
- Bestimmen Sie den Abstand des Punktes P von der Geraden h.
- Die Gerade g verläuft durch die Punkte A und C. Zeigen Sie, dass die Geraden g und h windschief sind.

4 Folgen und Reihen (2P, 2P)

Eine endliche Zahlenfolge besteht aus den drei Gliedern $a_1 = 2x + 2$, $a_2 = -3x$ und $a_3 = 4x - 8$.

Bestimmen Sie x so, dass

- eine arithmetische Zahlenfolge entsteht.
- eine geometrische Zahlenfolge entsteht.

Geben Sie bei beiden Teilaufgaben auch die Zahlenfolge an und bestimmen Sie bei Teilaufgabe a) die Differenz d der arithmetischen Zahlenfolge und bei Teilaufgabe b) den Quotienten q der geometrischen Zahlenfolge.

5 Differentialrechnung (3P, 2P, 2P, 3P)

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2$.

- Bestimmen Sie die Nullstellen und die Extrempunkte.
- Bestimmen Sie den Wendepunkt und die Gleichung der Wendetangente t .
- Zeichnen Sie die Graphen von f und t ins gleiche Koordinatensystem.
- Sei nun die Funktionenschar f_a gegeben durch $f_a(x) = ax^3 + 2x^2$ mit reellem $a \neq 0$. Bestimmen Sie a so, dass die Tangente an den Graphen von f in der Nullstelle $x \neq 0$ die Steigung $m = -4$ hat.

6 Integralrechnung (2P, 2P, 3P)

Gegeben sind die Funktionen $f(x) = e^{3-x}$ und $g(x) = e^{2x}$.

- Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Graphen von f und g und zeichnen Sie die Graphen ins gleiche Koordinatensystem.
- Welchen Inhalt hat die Fläche, die von den Graphen von f und g , der Geraden $x = 2$ und den Koordinatenachsen im 1. Quadranten eingeschlossen wird?
- Für welchen Wert von a hat die nach rechts unbegrenzte Fläche zwischen der Geraden $x = a$, dem Graphen von f und der x -Achse den Inhalt 1?

7 Extremwertaufgabe (4P)

Einem Halbkreis mit dem Radius $r = 10$ wird ein Dreieck wie folgt einbeschrieben: Zwei Eckpunkte liegen (irgendwo) auf dem Kreisbogen, der Kreismittelpunkt bildet den dritten Eckpunkt. Welchen Flächeninhalt kann dieses Dreieck maximal haben?

Erstellen Sie zuerst eine übersichtliche Zeichnung. Tragen Sie in dieser alle Grössen ein, die Sie für Ihre Rechnung benötigen.

Für das Lösen dieser Aufgabe wird eine Zielfunktion verlangt. Der Nachweis, dass es sich beim Extremum um ein Maximum handelt, wird nicht verlangt.

8 Kreis (2P, 3P)

Gegeben ist die Kreisgleichung $k : x^2 - 6x + y^2 - 8y = 0$

sowie die Geradengleichung $g : y = \frac{3}{4}x$

- a) Bestimmen Sie den Mittelpunkt M und den Radius r des Kreises k .
- b) Bestimmen Sie die Gleichungen der Tangenten des Kreises k , die parallel zur Geraden g sind.